

Aufgabe 1: (2+3 Punkte)

a) Durch Trennung (Separation) der Variablen löse man die Anfangswertaufgabe

$$y' = \frac{3x^2}{2y} \quad \text{mit} \quad y(0) = 1.$$

b) Man berechne die allgemeine Lösung der Eulerschen Differentialgleichung

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Man berechne die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y'' - 7y' + 6y = 5e^x, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 7.$$

Aufgabe 4: (3+3 Punkte)

a) Man berechne für das nichtlineare Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(y - 2) \\ \dot{y} &= x - 3 \end{aligned}$$

alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) und untersuche deren Stabilitätsverhalten.

b) Für die lineare Differentialgleichung

$$y'' + 25y = 0$$

berechne man die allgemeine reelle Lösung und berechne damit alle Lösungen der zugehörigen Randwertaufgabe mit den Randwerten $y(0) = 1$ und $y' \left(\frac{\pi}{10} \right) = -5$.