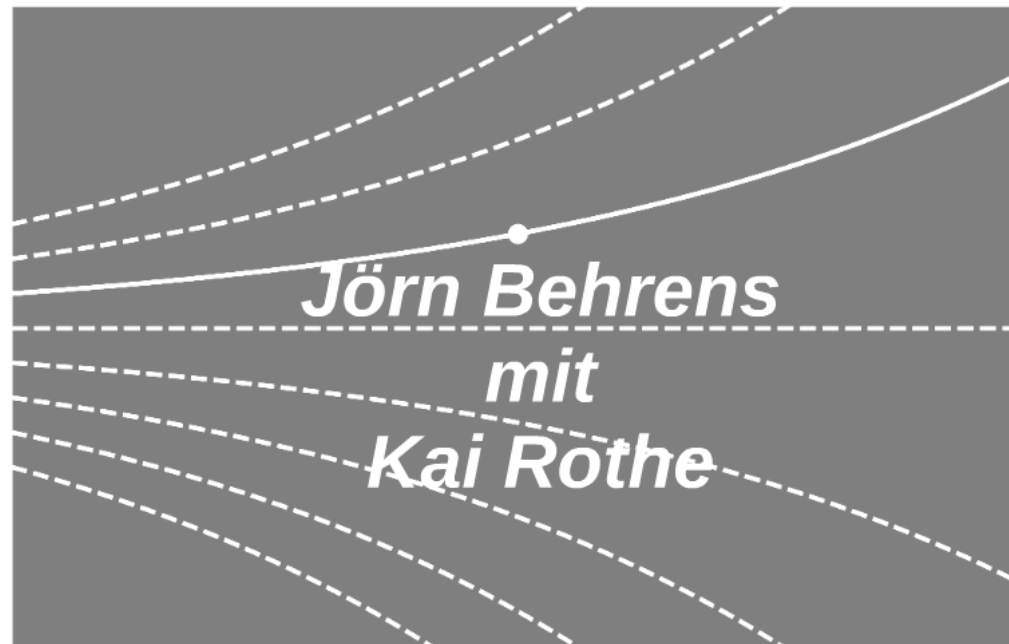


Differentialgleichungen I

Winter 2017/2018



Einführung

Buch Kapitel 6.1-6.2

Ihr Professor

Koordinaten:



Prof. Dr. Jörn Behrens
Uni Hamburg/ CIISAP
Grindelberg 5, Room 411 (4rd floor)
Bundesstraße 55, Room 120 (1st floor)
Tel. (040) 42838 7734
mail joern.behrens@uni-hamburg.de

Sprechstunde in Harburg: Do 11:15-12:00
Gebäude E, Raum 3.079
(bitte vorher Termin per E-Mail vereinbaren)

Hintergrund

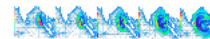


Kurz-CV

seit 2009 Prof. @ Uni Hamburg, KlimaCampus/Dept. Mathematik
2006-2009 Leitung Tsunami Gruppe @ AWI, Dozent @ Uni Bremen
2005 Habilitation (Mathematik) @ TUM
2003-2004 Visiting Scientist @ NCAR, Boulder, CO, USA
1998-2006 Wiss. Assistent + Akad. Rat @ TUM, Wiss. Rechnen
1996-1998 Post-Doc @ AWI
1991-1996 Dr. rer. nat. (Mathematik) @ AWI/Uni Bremen
1991 Diplom Mathematik @ Uni Bonn

Forschungsinteressen

Adaptive Tsunami Modellierung



Adaptive Atmosphären Modellierung



Gitter Erzeugung



Multi-Skalen Simulationen



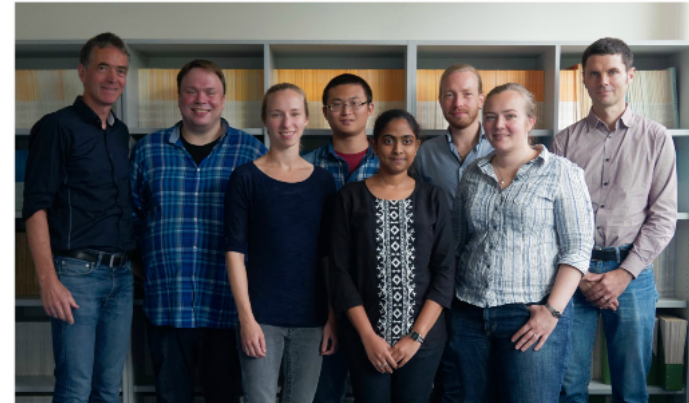
Koordinaten:



Prof. Dr. Jörn Behrens
Uni Hamburg/ CliSAP
Grindelberg 5, Room 411 (4rd floor)
Bundesstraße 55, Room 120 (1st floor)
Tel. (040) 42838 7734
mail joern.behrens@uni-hamburg.de

Sprechstunde in Harburg: Do 11:15-12:00
Gebäude E, Raum 3.079
(bitte vorher Termin per E-Mail vereinbaren)

Hintergrund

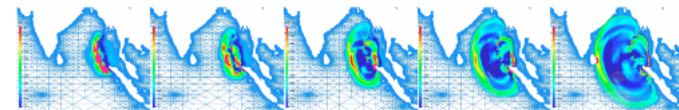


Kurz-CV

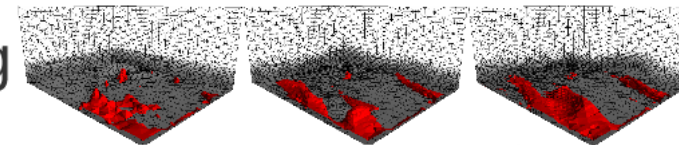
seit 2009 Prof. @ Uni Hamburg, KlimaCampus/Dept. Mathematik
2006-2009 Leitung Tsunami Gruppe @ AWI, Dozent @ Uni Bremen
2005 Habilitation (Mathematik) @ TUM
2003-2004 Visiting Scientist @ NCAR, Boulder, CO, USA
1998-2006 Wiss. Assistent + Akad. Rat @ TUM, Wiss. Rechnen
1996-1998 Post-Doc @ AWI
1991-1996 Dr. rer. nat. (Mathematik) @ AWI/Uni Bremen
1991 Diplom Mathematik @ Uni Bonn

Forschungsinteressen

Adaptive Tsunami Modellierung



Adaptive Atmosphären Modellierung



Gitter Erzeugung

amatos
the grid generator

Welcome to the amatos project home

- High resolution of the grid
- Adaptive mesh refinement
- Multi-scale simulation
- Multi-scale simulation
- Multi-scale simulation
- Multi-scale simulation
- Multi-scale simulation
- Multi-scale simulation

Contact grid creator with amatos

Multi-Skalen Simulationen

Infos zum Kurs

Literatur

Beispiele!

G. Bärwolff: *Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und Ingenieure* (2. Aufl.), Springer, Berlin/Heidelberg, 2009.



Formelsammlung

K. Vettters: *Formeln und Fakten im Grundkurs Mathematik*, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2004.

Übungsleitung und Übungen

Dr. Kai Rothe

<https://www.math.uni-hamburg.de/home/rothe/>



Materialien:

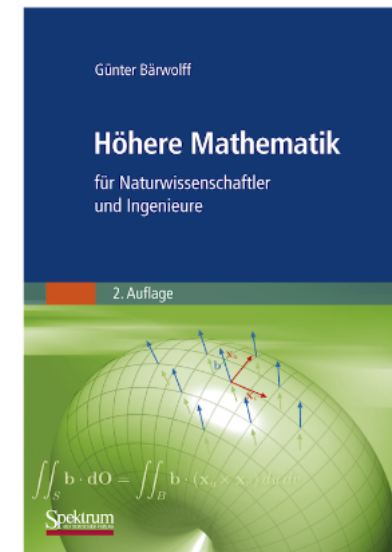
<http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/uhh/cm/d1/1718/m.html>

Bitte gründlich vorbereiten!

Literatur

Beispiele!

G. Bärwolff: *Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und Ingenieure* (2. Aufl.), Springer, Berlin/Heidelberg, 2009.



Formelsammlung

K.Vetters: *Formeln und Fakten im Grundkurs Mathematik*, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2004.

Übungsleitung und Übungen

Dr. Kai Rothe

<https://www.math.uni-hamburg.de/home/rothe/>



Materialien:

<http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/d1/1718/lm.html>

Bitte gründlich vorbereiten!

Historie

Historie:

- Differentialgleichungen treten erstmals in den Arbeiten von Leibniz und Newton auf.
- Die Gleichungen waren vor allem durch zeit-abhängige physikalische Problemstellungen motiviert.



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Idee:

- Beobachte ein System zu zwei Zeiten t_1 und t_2 , erhalte Zustände $s(t_1), s(t_2)$
- Betrachte die Differenz der Zustände und erhalte Gesetzmäßigkeit: $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \approx g(t)$.
- Führe Grenzübergang durch und erhalte Differentialgleichung: $\lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{ds}{dt} = g(t)$.



Isaac Newton (1642-1726)

Philosophie:

- Die Lösung einer Differentialgleichung bedeutete einen Zustand in der Zukunft zu bestimmen!
- Dieses Paradigma beeinflusste den philosophischen Main-Stream: *Determinismus*.
- Poincaré zerstörte erst zu Anfang 20. Jhd. die deterministische Sicht (Grundlagen der dynamischen Systeme).



Henri Poincaré (1854-1912)

Bemerkung:

- Im 18. Jhd. wurde das Konzept der Differentialgleichungen erweitert in mehreren Dimensionen: *Partielle Differentialgleichungen*.
- So wurden die Differentialgleichungen (einer Veränderlicher) *gewöhnlich*.

Historie:

- Differentialgleichungen treten erstmals in den Arbeiten von Leibniz und Newton auf.
- Die Gleichungen waren vor allem durch zeit-abhängige physikalische Problemstellungen motiviert.



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



Isaac Newton (1642-1726)

Idee:

- Beobachte ein System zu zwei Zeiten t_1 und t_2 , erhalte Zustände $s(t_1), s(t_2)$
- Betrachte die Differenz der Zustände und erhalte Gesetzmäßigkeit: $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \approx g(t)$.
- Führe Grenzübergang durch und erhalte Differentialgleichung: $\lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{ds}{dt} = g(t)$.

Philosophie:

- Die Lösung einer Differentialgleichung bedeutete einen Zustand in der Zukunft zu bestimmen!
- Dieses Paradigma beeinflusste den philosophischen Main-Stream: *Determinismus*.
- Poincaré zerstörte erst zu Anfang 20. Jhd. die deterministische Sicht (Grundlagen der dynamischen Systeme).



Henri Poincaré (1854-1912)

Bemerkung:

- Im 18. Jhd. wurde das Konzept der Differentialgleichungen erweitert in mehreren Dimensionen: *Partielle Differentialgleichungen*.
- So wurden die Differentialgleichungen (einer Veränderlicher) *gewöhnlich*.

Anwendungen

Newton's Mechanics

The principle first law of mechanics is given by

$$\text{force} = \text{mass} \times \text{acceleration.}$$

We can write this law as an ODE:

$$m \cdot x''(t) = F(t, x, x')$$

with m the mass, x'' the acceleration, F a force function depending on $t \in I \subset \mathbb{R}$, the time in an interval I , $x \in \mathbb{R}^3$, the location, x' , the velocity of a mass particle. This is an ODE of second order, since x'' is involved.

Fields of application

- satellite trajectories, planetary or astro-mechanics
- ballistics problems
- multi-body systems
- robotics

General

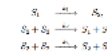
(Anwendung von Differentialgleichungen auf technische Problemstellungen)

1. Mathematische Modellierung eines Problems durch Aufstellen einer Differentialgleichung
2. Formulierung sinnvoller Anfangs- oder Randbedingungen
3. Lösen der Differentialgleichung (Beachtliche Anfangs- und Randbed.)
4. Rückübertragung der Lösung auf die ursprüngliche Fragestellung



Reaction Kinetics

Assume 3 chemical species, S_1 , S_2 , and S_3 , with concentration, derivative or mass derivative x_1 , x_2 , and x_3 respectively. We assume reactions



with reaction constants k_1 , k_2 , and k_3 , respectively. These reaction equations represent a catalytic reaction.

This translates into a system of ODEs when we consider the mass effects:

$$\begin{aligned} x_1' &= -k_1 x_1 - k_2 x_1 x_2 \\ x_2' &= k_1 x_1 - k_2 x_1 x_2 - k_3 x_2 x_3 \\ x_3' &= k_2 x_1 x_2 - k_3 x_2 x_3 \end{aligned}$$

We need further conditions for a unique solution. For conservation of mass, we assume that

$$x_1 + x_2 + x_3 = \sum_{i=1}^3 x_i = c_1$$

which is equivalent to $\sum_{i=1}^3 x_i = \text{const.}$ (i.e. total mass is constant over time). Additionally, we assume that the initial concentrations are given by

$$x_i(0) = x_{i,0}, \quad x_3(0) = x_{3,0}$$

where the initial concentration $x_3(0)$ results from the conservation of mass equations.

Biological Systems

Consider the simple model of exponential growth of a population (think of cells that duplicate in each time interval τ). Since the exponential function is its own derivative (up to a constant) this can be written as

$$x' = ax; \quad x(t_0) = x_0$$

analytical solution:

$$x(t) = x_0 \cdot e^{(t-t_0)a}$$

We can improve this model by assuming a maximum number of individuals (a saturation) by exchanging

$$a \rightarrow a - bx$$

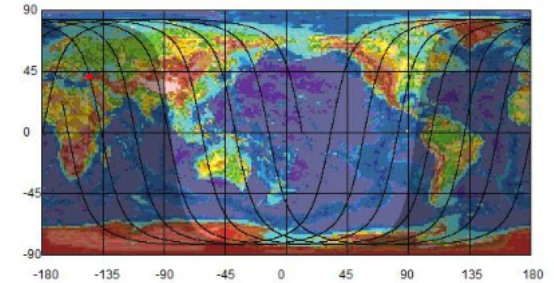
This yields a non-linear equation

$$x' = (a - bx)x; \quad x(t_0) = x_0$$



$$\begin{aligned} x_1'(t) &= (a - bx_2(t))x_1(t), \\ x_2'(t) &= (cx_1(t) - d)x_2(t). \end{aligned}$$

This represents a system of ODEs, called the Lotka-Volterra equations.



Newton's Mechanics

The principle first law of mechanics is given by

$$\text{force} = \text{mass} \times \text{acceleration}.$$

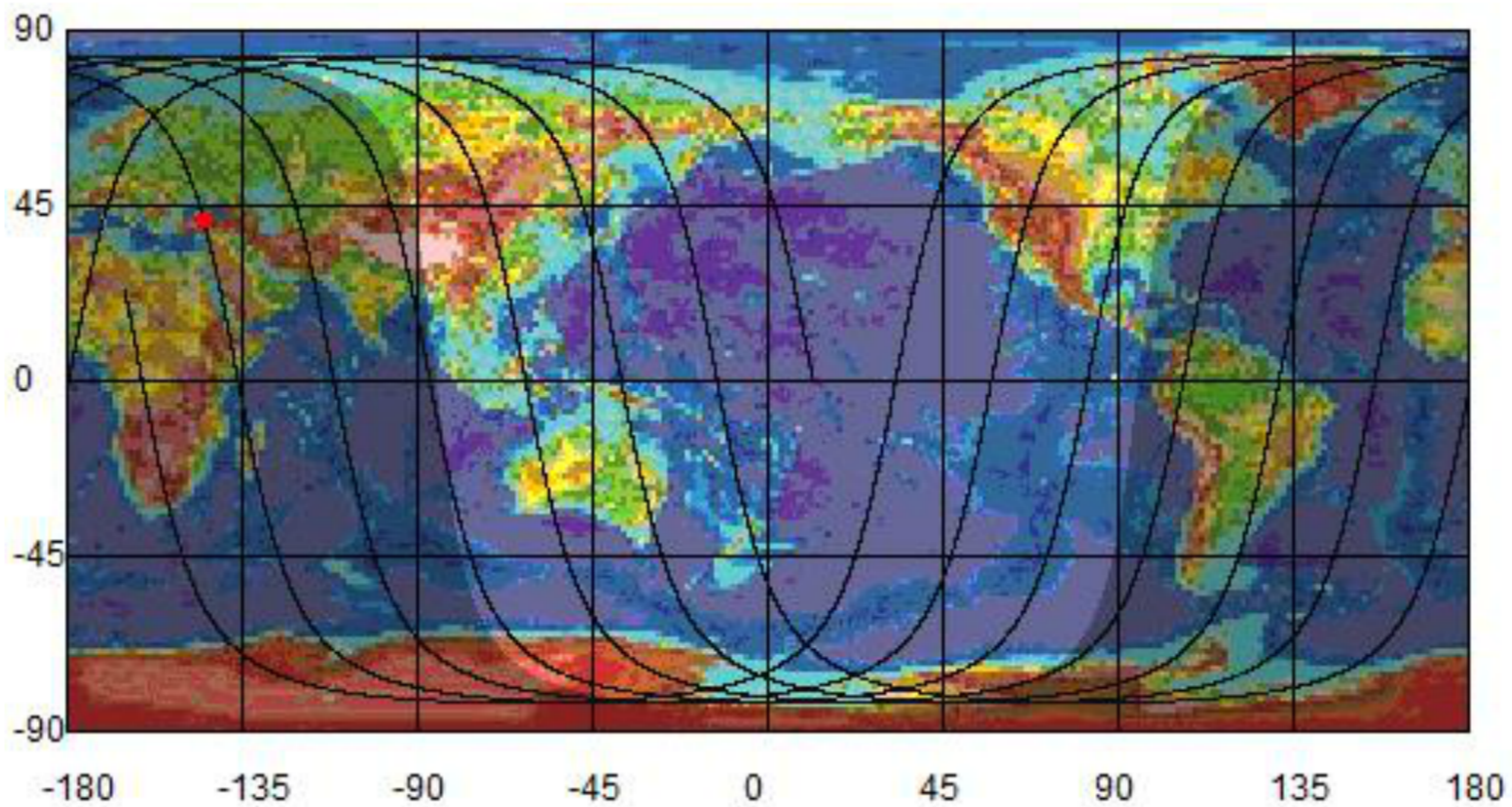
We can write this law as an ODE:

$$m \mathbf{x}''(t) = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}'),$$

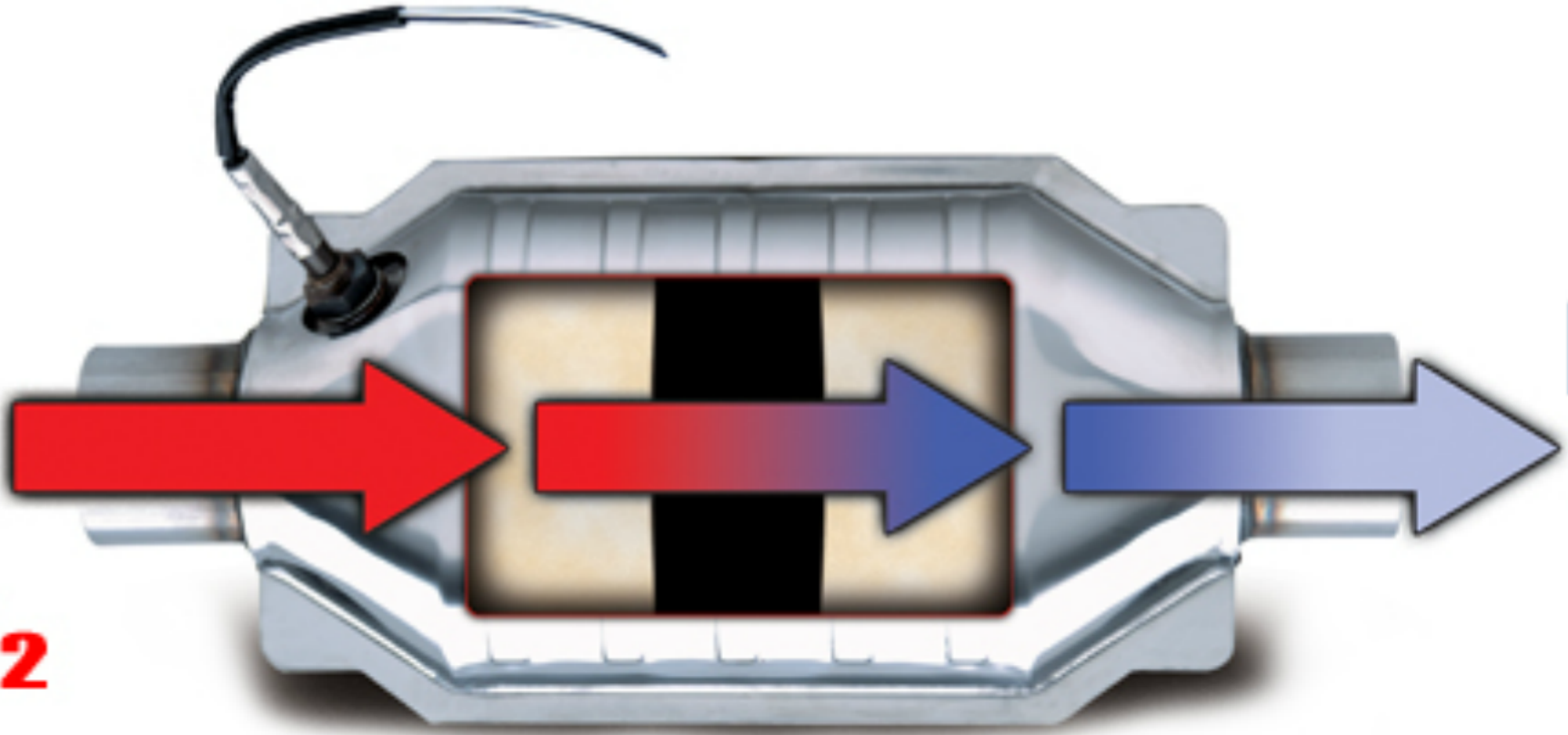
with m the mass, \mathbf{x}'' the acceleration, \mathbf{F} a force function depending on $t \in I \subset \mathbb{R}$, the time in an interval I , $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, the location, \mathbf{x}' , the velocity of a mass particle. This is an ODE of second order, since \mathbf{x}'' is involved.

Fields of application

- satellite trajectories, planetary or astro-mechanics
- ballistic problems
- multi-body systems
- robotics

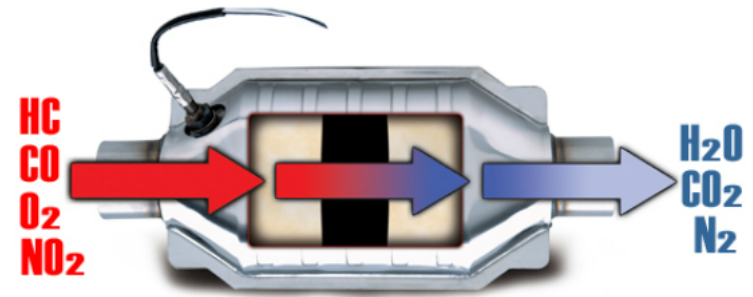


HC
CO
O₂
NO₂



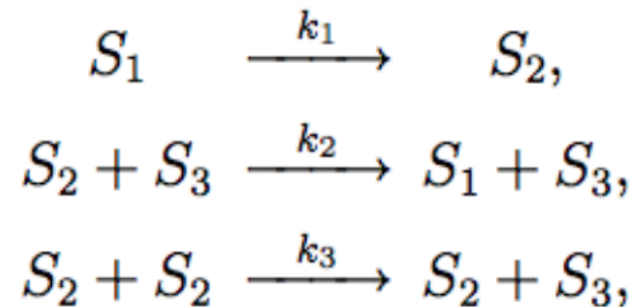
H₂O
CO₂
N₂

S



Reaction Kinetics

Assume 3 chemical species, S_1 , S_2 , and S_3 , with concentration densities or mass densities x_1 , x_2 , and x_3 respectively. We assume reactions

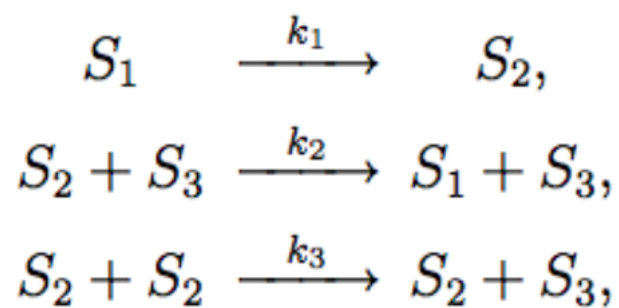


with reaction constants k_1 , k_2 , and k_3 respectively. These reaction equations represent a *catalytic converter*.

This transforms into a system of ODEs, when we consider the mass effects:

$$\begin{aligned}
 x_1' &= -k_1 x_1 + k_2 x_2 \cdot x_3, \\
 x_2' &= k_1 x_1 - k_2 x_2 \cdot x_3 - k_3 x_2^2.
 \end{aligned}$$

Assume 3 chemical species, S_1 , S_2 , and S_3 , with concentration densities or mass densities x_1 , x_2 , and x_3 respectively. We assume reactions



with reaction constants k_1 , k_2 , and k_3 respectively. These reaction equations represent a *catalytic converter*.

This transforms into a system of ODEs, when we consider the mass effects:

$$\begin{aligned} x_1' &= -k_1 x_1 + k_2 x_2 \cdot x_3, \\ x_2' &= k_1 x_1 - k_2 x_2 \cdot x_3 - k_3 x_2^2, \\ x_3' &= + k_3 x_2^2. \end{aligned}$$

We need further conditions for a unique solution. For conservation of mass, we assume that

This transforms into a system of ODEs, when we consider the mass effects:

$$\begin{aligned} x_1' &= -k_1 x_1 + k_2 x_2 \cdot x_3, \\ x_2' &= k_1 x_1 - k_2 x_2 \cdot x_3 - k_3 x_2^2, \\ x_3' &= + k_3 x_2^2. \end{aligned}$$

We need further conditions for a unique solution. For conservation of mass, we assume that

$$x_1' + x_2' + x_3' = \sum_{i=1:3} x_i' = 0,$$

which is equivalent to $\sum_i x_i = \text{const.}$, i.e. total mass is constant over time. Additionally, we assume that the initial concentrations are given by

$$x_1(0) = x_{1,0}; \quad x_2(0) = x_{2,0},$$

where the initial concentration $x_3(0)$ results from the conservation of mass equations.

Biological Systems

Consider the simple model of exponential growth of a population (think of cells that duplicate in each time interval τ). Since the exponential function is its own derivative (up to a constant) this can be written as

$$x' = ax; \quad x(t_0) = x_0,$$

analytical solution:

$$x(t) = x_0 \cdot e^{a(t-t_0)}.$$

Consider the simple model of exponential growth of a population (think of cells that duplicate in each time interval τ). Since the exponential function is its own derivative (up to a constant) this can be written as

$$x' = ax; \quad x(t_0) = x_0,$$

analytical solution:

$$x(t) = x_0 \cdot e^{a(t-t_0)}.$$

We can improve this model by assuming a maximum number of individuals (a saturation) by exchanging

$$a \longrightarrow a - bx.$$

This yields a non-linear equation



analytical solution:

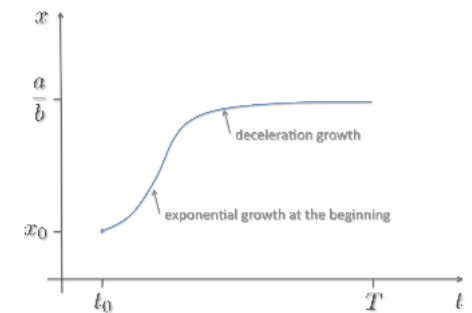
$$x(t) = x_0 \cdot e^{a(t-t_0)}.$$

We can improve this model by assuming a maximum number of individuals (a saturation) by exchanging

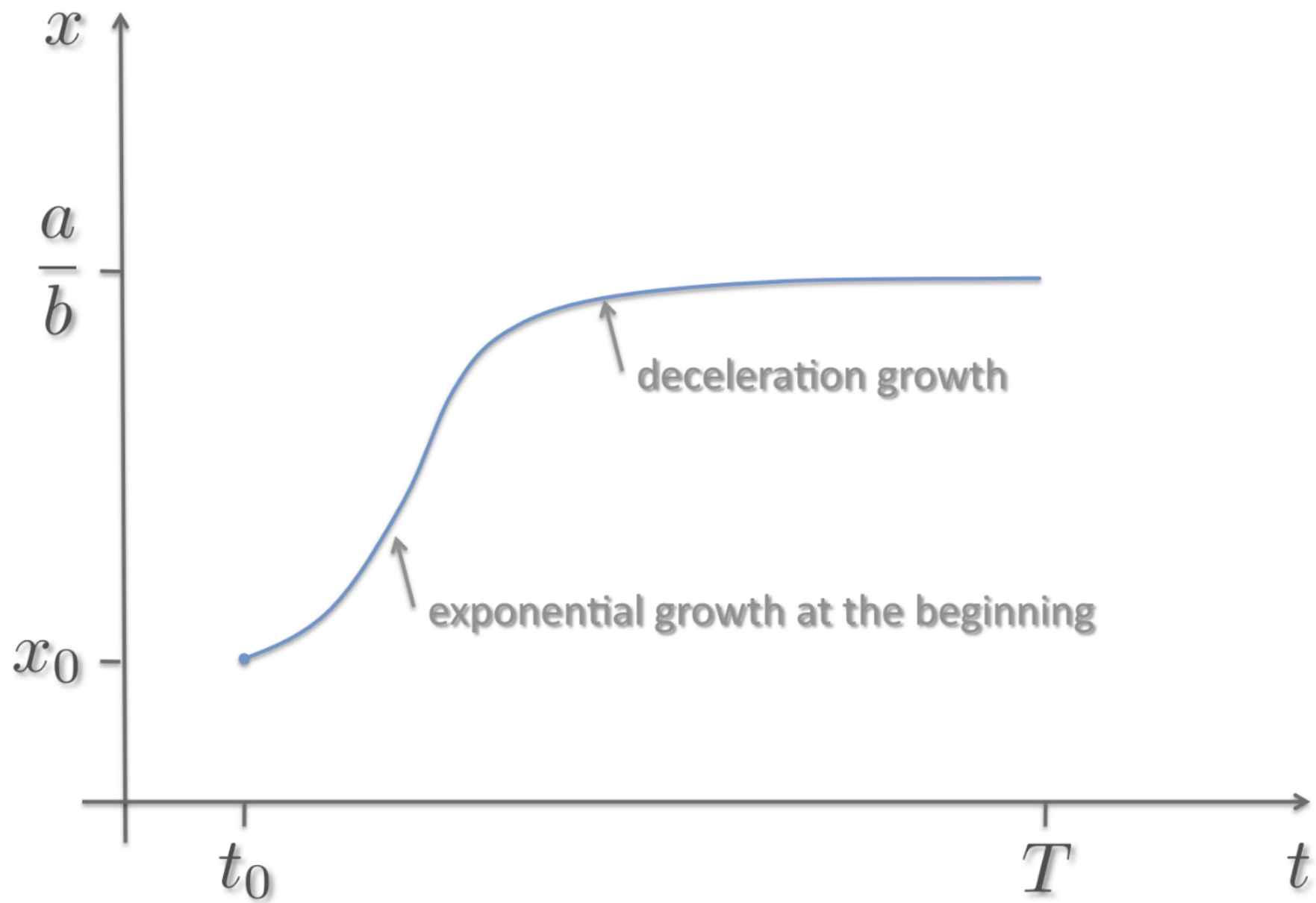
$$a \longrightarrow a - bx.$$

This yields a non-linear equation

$$x' = (a - bx)x; \quad x(t_0) = x_0.$$

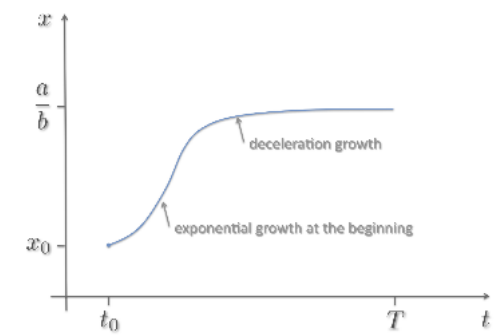


$$\begin{aligned}x'_1(t) &= (a - bx_2(t))x_1(t), \\x'_2(t) &= (cx_1(t) - d)x_2(t).\end{aligned}$$



This yields a non-linear equation

$$x' = (a - bx)x; \quad x(t_0) = x_0.$$



$$\begin{aligned}x_1'(t) &= (a - bx_2(t))x_1(t), \\x_2'(t) &= (cx_1(t) - d)x_2(t).\end{aligned}$$

This represents a *system of ODEs*, called the *Lotka-Volterra equations*.

1

Generell:

(Anwendung von Differentialgleichungen auf technische Problemstellungen)

1. Mathematische Modellierung eines Problems durch Aufstellen einer Differentialgleichung.
2. Formulierung sinnvoller Anfangs- oder Randbedingungen.
3. Lösen der Differentialgleichung (berücksichtige Anfangs- und Randbed.).
4. Rückübertragung der Lösung auf die ursprüngliche Fragestellung

Grundbegriffe

Definition (Gewöhnliche Differentialgleichung):

Eine **gewöhnliche Differentialgleichung n -ter Ordnung** (DGL n -ter Ordnung) für eine Funktion $y = y(x)$ ist eine Gleichung zwischen x, y und den Ableitungen von y bis einschließlich n -ter Ordnung:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0. \quad (\text{implizite Form})$$

Liegt die Gleichung aufgelöst nach der höchsten Ableitung von y vor, so erhält man die Form:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{explizite Form}).$$

Bezeichne eine Funktion y , welche die DGL erfüllt als **Lösung** oder **Integral** der DGL.

2

Definition (Anfangs- und Randwerte):

Bedingungen an die Lösung einer DGL, die für genau einen Wert der unabhängigen Variablen gegeben sind, heißen **Anfangsbedingungen**, andernfalls **Randbedingungen**.

Ein **Anfangswertproblem** ist gegeben, wenn die Lösung einer DGL gesucht ist, die gegebenen Anfangsbedingungen genügt.

Entsprechend ist ein **Randwertproblem** gegeben, wenn die Lösung der DGL Randwerten genügen soll.

Definition (Gewöhnliche Differentialgleichung):

Eine **gewöhnliche Differentialgleichung n -ter Ordnung** (DGL n -ter Ordnung) für eine Funktion $y = y(x)$ ist eine Gleichung zwischen x, y und den Ableitungen von y bis einschließlich n -ter Ordnung:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0. \quad (\text{implizite Form})$$

Liegt die Gleichung aufgelöst nach der höchsten Ableitung von y vor, so erhält man die Form:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{explizite Form}).$$

Bezeichne eine Funktion y , welche die DGL erfüllt als **Lösung** oder **Integral** der DGL.

Definition (Anfangs- und Randwerte):

Bedingungen an die Lösung einer DGL, die für genau einen Wert der unabhängigen Variablen gegeben sind, heißen **Anfangsbedingungen**, andernfalls **Randbedingungen**.

Ein **Anfangswertproblem** ist gegeben, wenn die Lösung einer DGL gesucht ist, die gegebenen Anfangsbedingungen genügt.

Entsprechend ist ein **Randwertproblem** gegeben, wenn die Lösung der DGL Randwerten genügen soll.

DGLn 1. Ordnung

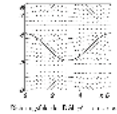
Vorbemerkungen:

- Sei die DGL in expliziter Form gegeben: $y' = f(x, y)$.
- Durch die DGL ist in jedem Punkt $x, y \in D_f$, dem **Definitionsbereich** von f , eine "Steigung" y' der Lösungskurve gegeben.
- Zeichne eine kurze Strecke mit Steigung y' in (x, y) als **Linienelement**.

Definition (Richtungsfeld):

Das **Richtungsfeld** einer DGL ist gegeben durch die Gesamtheit aller Linienelemente.

Bemerkung: Die Lösungen von $y' = f(x, y)$ entsprechen Kurven, die in das Richtungsfeld "passen".



Weitere Begriffe:

- Die Funktion $y = \phi(x, C)$ heißt **allgemeine** Lösung der DGL $y' = f(x, y)$.
- Für ein konkretes C_0 erhält man die **partikuläre** Lösung $y = \phi(x, C_0)$.
- Hat eine Lösung $y = \phi(x)$ die Eigenschaft, dass durch jeden ihrer Punkte mindestens eine weitere Lösung verläuft, so heißt sie **singuläre** Lösung.

Zur Lösbarkeit von Differentialgleichungen

- Sei $f(x, y)$ in einem Gebiet $D_f \subset \mathbb{R}^2$ definiert und sei $(x_0, y_0) \in D_f$.
- Ein Anfangswertproblem (AWP) ist gegeben durch
$$y' = f(x, y) \quad \text{mit} \quad y(x_0) = y_0.$$

Satz (Existenz- und Eindeigkeitsatz):

1. Sei $f(x, y)$ in D_f stetig. Dann gibt es in einem gewissen Intervall $I = \{x : x_0 - a < x < x_0 + b\}$ um x_0 ($a, b > 0$ geeignet) mindestens eine Lösung $y(x)$ des AWP.
2. Sei die Funktion $f(x, y)$ sowie ihre partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ in D_f stetig. Dann gibt es durch jeden Punkt $(x_0, y_0) \in D_f$ genau eine Lösung $y(x)$ des AWP, die in einem Intervall I um x_0 existiert.
3. Jede Lösungskurve $y(x)$ des AWP kann nach beiden Seiten (d.h. für $x < x_0$ und $x > x_0$) soweit fortgesetzt werden, dass sie den Rand des Gebietes D_f trifft, bzw. ihm beliebig nahe kommt.

Bemerkungen:

- Die Lösung $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ des AWP ist maximal im folgenden Sinne: $y(x)$ läuft bis zum Rand von D_f und lässt sich in D_f nicht mehr als stetig diff'bare Kurve fortsetzen. Unter Voraussetzungen 2. des Satzes existiert genau eine **maximale** Lösung des AWP und I ist das maximale Definitionsintervall.
- Stetigkeit allein reicht lediglich für die Existenz, Eindeutigkeit folgt nur aus 2.
- Ist f auf D_f stetig partiell diff'bar, so bilden die Lösungen der DGL $y' = f(x, y)$ eine **Schar** $y = \phi(x, C)$, wobei jeder Anfangsbedingung genau ein Wert von C entspricht.

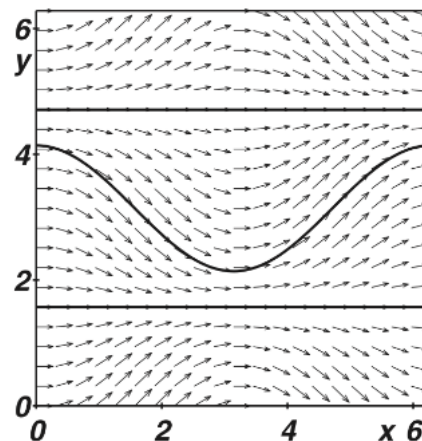
Vorbemerkungen:

- Sei die DGL in expliziter Form gegeben: $y' = f(x, y)$.
- Durch die DGL ist in jedem Punkt $x, y \in D_f$, dem **Definitionsbereich** von f , eine "Steigung" y' der Lösungskurve gegeben.
- Bezeichne eine kurze Strecke mit Steigung y' in (x, y) als **Linienelement**.

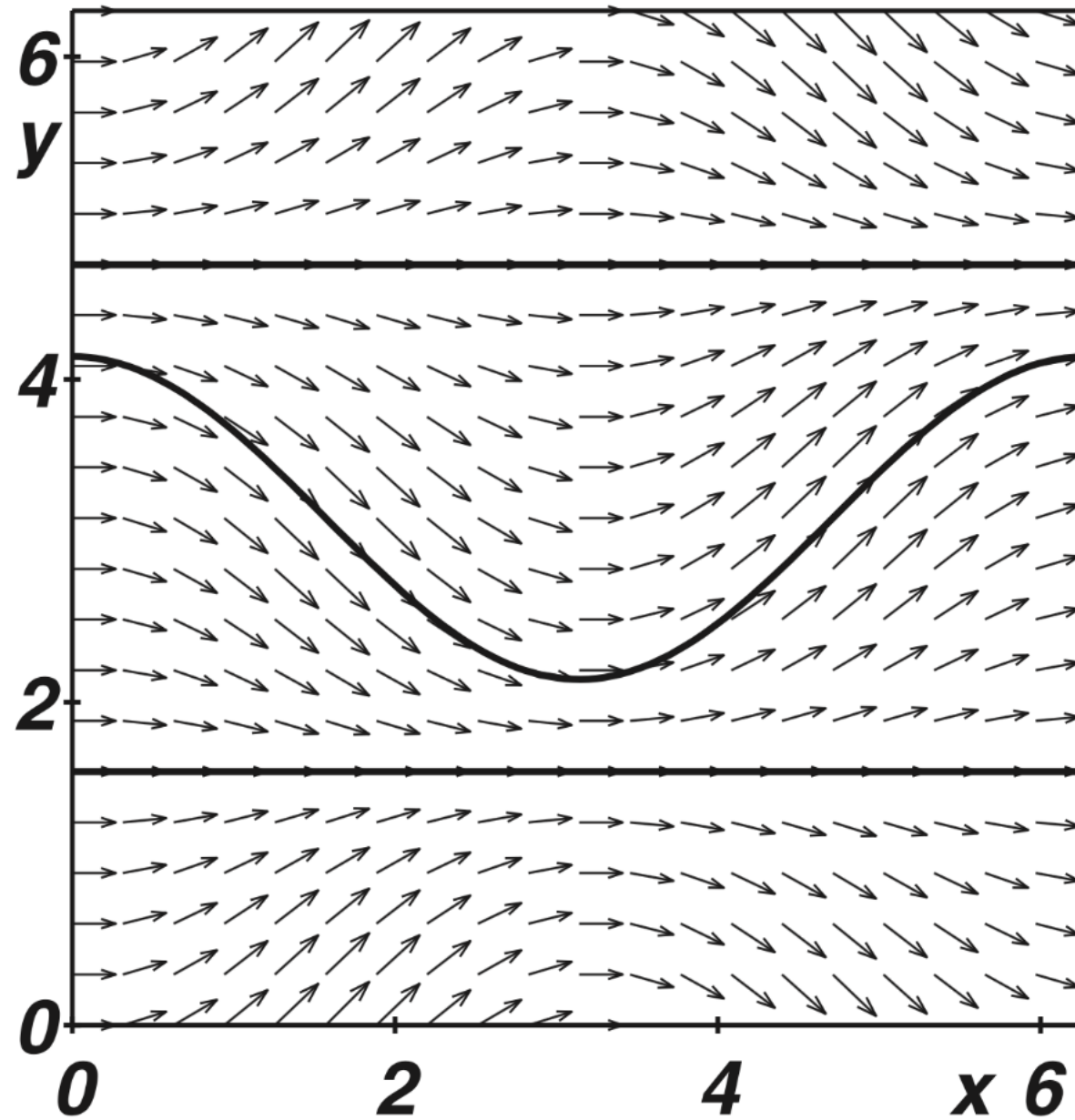
Definition (Richtungsfeld):

Das **Richtungsfeld** einer DGL ist gegeben durch die Gesamtheit aller Linienelemente.

Bemerkung: Die Lösungen von $y' = f(x, y)$ entsprechen Kurven, die in das Richtungsfeld "passen".



Richtungsfeld der DGL $y' = \sin x \cos y$



Richtungsfeld der DGL $y' = \sin x \cos y$

Zur Lösbarkeit von Differentialgleichungen:

- Sei $f(x, y)$ in einem Gebiet $D_f \subset \mathbb{R}^2$ definiert und sei $(x_0, y_0) \in D_f$.
- Ein Anfangswertproblem (AWP) ist gegeben durch

$$y' = f(x, y) \quad \text{mit} \quad y(x_0) = y_0.$$

Satz (Existenz- und Eindeigkeitssatz):

1. Sei $f(x, y)$ in D_f stetig. Dann gibt es in einem gewissen Intervall $I = \{x : x_0 - a < x < x_0 + b\}$ um x_0 ($a, b > 0$ geeignet) mindestens eine Lösung $y(x)$ des AWP.
2. Sei die Funktion $f(x, y)$ sowie ihre partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ in D_f stetig. Dann gibt es durch jeden Punkt $(x_0, y_0) \in D_f$ genau eine Lösung $y(x)$ des AWP, die in einem Intervall I um x_0 existiert.
3. Jede Lösungskurve $y(x)$ des AWP kann nach beiden Seiten (d.h. für $x < x_0$ und $x > x_0$) soweit fortgesetzt werden, dass sie den Rand des Gebietes D_f trifft, bzw. ihm beliebig nahe kommt.

Bemerkungen:

- Die Lösung $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ des AWP ist maximal im folgenden Sinne: $y(x)$ läuft bis zum Rand von D_f und lässt sich in D_f nicht mehr als stetig diff'bare Kurve fortsetzen. Unter Voraussetzungen 2. des Satzes existiert genau eine **maximale** Lösung des AWP und I ist das maximale Definitionsintervall.
- Stetigkeit allein reicht lediglich für die Existenz, Eindeutigkeit folgt nur aus 2.
- Ist f auf D_f stetig partiell diff'bar, so bilden die Lösungen der DGL $y' = f(x, y)$ eine **Schar** $y = \phi(x, C)$, wobei jeder Anfangsbedingung genau ein Wert von C entspricht.



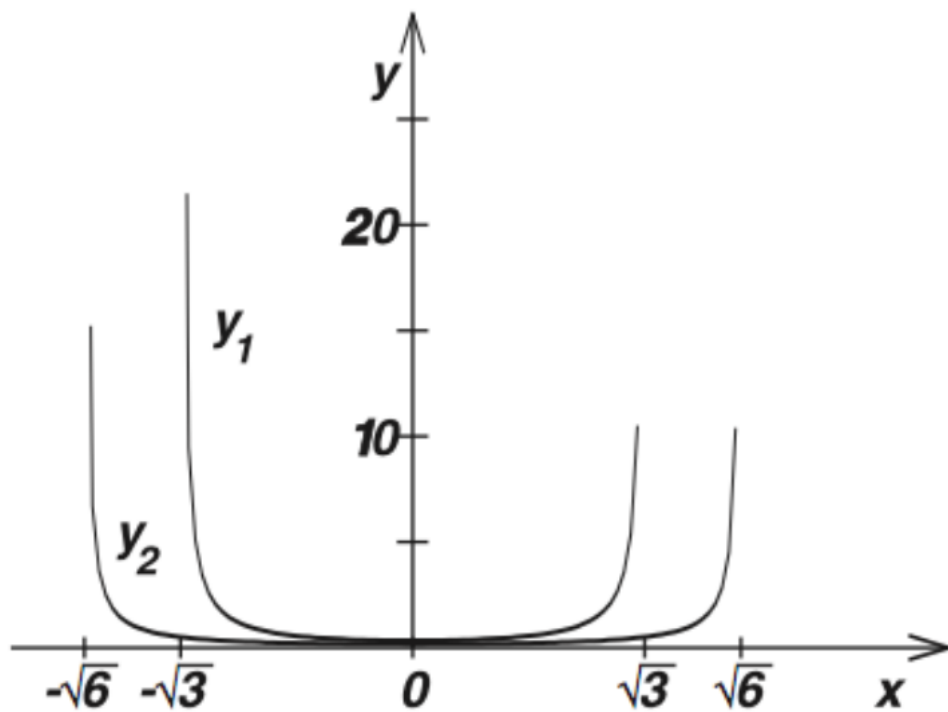


Abb. 6.3. Lösungen y_1 und y_2 von $y' = xy^2$ für $(x_0, y_0) = (1, 1)$, d.h. $C = 1,5$, und $(x_0, y_0) = (2, 1)$, d.h. $C = 3$

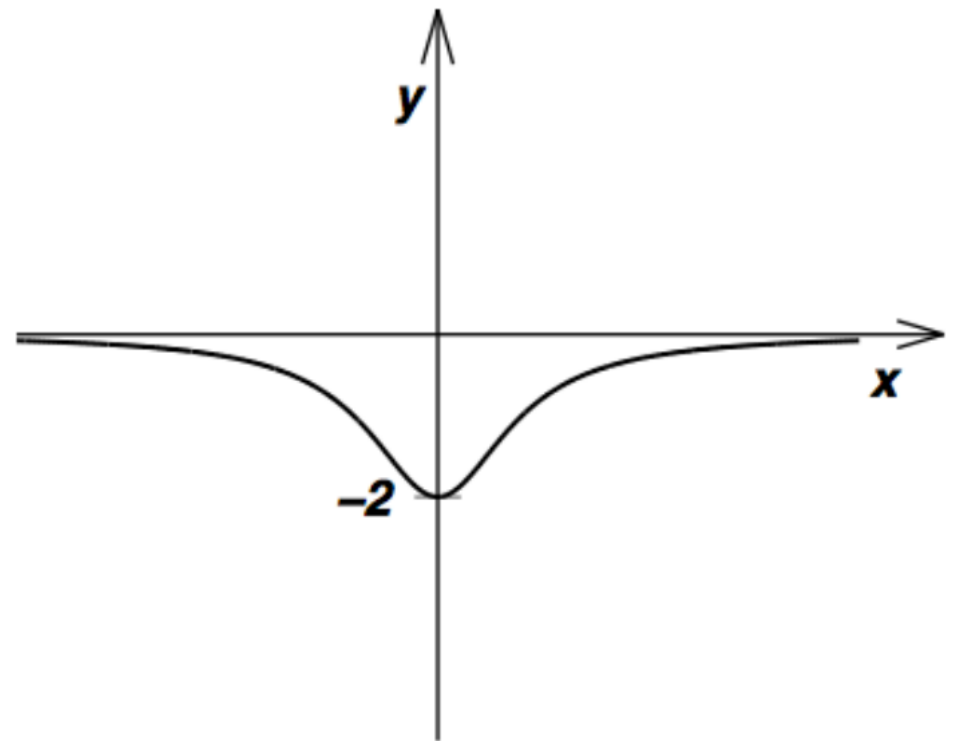


Abb. 6.4. Lösung y_3 des Anfangswertproblems $y' = xy^2$ mit $(x_0, y_0) = (-1, -1)$, d.h. $C = -\frac{1}{2}$

Weitere Begriffe:

- Die Funktion $y = \phi(x, C)$ heißt **allgemeine** Lösung der DGL $y' = f(x, y)$.
- Für ein konkretes C_0 erhält man die **partikuläre** Lösung $y = \phi(x, C_0)$.
- Hat eine Lösung $y = \Phi(x)$ die Eigenschaft, dass durch jeden ihrer Punkte mindestens eine weitere Lösung verläuft, so heißt sie **singuläre** Lösung.

Anwendungen

Neuronale Dynamik

Reaction-Diffusion

Biological Systems

Grundbegriffe



Definitionen

Beispiele


Erklärung

Historie

1700-1800



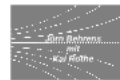
1800-1900



1900-2000

Differentialgleichungen I

Winter 2017/2018



ISBN 978-3-70-12-1112-2

DGLn 1. Ordnung

1.1

1.2

1.3

Infos zum Kurs

Literatur

Fachkennung

Übungsleitung und Übungen

Dozent

Mitarbeiter

Wichtiges

Ihr Professor

Koordinator

Abgeordnet

Forschungsinteressen