

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Schreiben Sie folgende Anfangswertaufgaben jeweils in eine Anfangswertaufgabe für ein System erster Ordnung um.

a) $\ddot{x} - \dot{x} - 2x = e^{2t} \cdot \sin(t), \quad x(0) = 3, \dot{x}(0) = 4.$

b) $\frac{d^3}{dt^3}x = 2x - \dot{x} + 2\ddot{x} + 3, \quad x(0) = 7, \dot{x}(0) = 0, \ddot{x}(0) = 5.$

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$(t^4 - 1) \cdot \ddot{x}(t) = 4t^3 \cdot (\dot{x}(t) - 2) \quad \text{für } t > t_0, \quad x(t_0) = a, \dot{x}(t_0) = b.$$

- a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Substitution $u(t) := \dot{x}(t)$ die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.
- b) (i) Ermitteln Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit $t_0 = 0$ und

$$x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 3.$$

- (ii) Seien nun für $t_0 = 1$ die Anfangswerte

$$x(1) = 0, \quad \dot{x}(1) = 2,$$

bzw.

$$x(1) = 0, \quad \dot{x}(1) = 1.$$

vorgegeben. Können Sie eine eindeutige Lösung angeben? Wie vertragen sich Ihre Ergebnisse mit den Existenz- und Eindeutigkeitssätzen aus der Vorlesung?