

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie eine reelle Darstellung der allgemeinen Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} e^{2t} \\ t e^{2t} \\ t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

Gegeben seien zwei Wassertanks T_1 und T_2 . Der Tank T_1 sei mit 3000 Litern Wasser und der Tank T_2 mit 5000 Litern Wasser gefüllt. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ seien in jedem Tank 100 Kilogramm Salz aufgelöst. Für $t \geq 0$ werden pro Sekunde 10 Liter Salzlösung von Tank 1 in Tank 2 und 10 Liter Salzlösung von Tank 2 in Tank 1 gepumpt. Es findet eine sofortige Durchmischung statt.

Stellen Sie ein Differentialgleichungssystem für die in den Tanks enthaltenen Salzmengen $S_1(t)$, $S_2(t)$ zum Zeitpunkt $t \geq 0$ auf.

Stabilisieren sich die Salzmengen nach ihrem Modell auf festen Niveaus? Stabilisieren sich die Salzmengen nach ihrem Modell für beliebig große Tanks und beliebige Austauschraten (hier $10/3000$, $10/5000$)?

Abgabetermine: 10.–14.12.18