Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2018/19**
Prof. Dr. T. Reis, Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6, Präsenzübung

Aufgabe 1:

a) Es sei $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

Untersuchen Sie den stationären Punkt $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ des Systems $\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x}(t)$ auf Stabilität.

b) Bestimmen Sie alle stationären Punkte des (1×1) Systems

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) = (x(t))^2 - 4$$

und untersuchen Sie diese auf Stabilität.

Aufgabe 2:

a) Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem in der Ebene

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \qquad \dot{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} e^{(3\gamma+1)x_1} - x_2 - 1 \\ 5x_1 + e^{(3\gamma-1)x_2} - 1 \end{pmatrix}, \qquad \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit vom Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma \neq 0$ auf Stabilität.

b) Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1^2 x_2 + x_2^3 - 2x_1 x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1^3 - x_1 x_2^2. \end{aligned}$$

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt $x_1^* = x_2^* = 0$ des Systems auf Stabilität. Verwenden Sie gegebenenfalls eine Funktion der Form

$$V(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2.$$

Bearbeitungstermine: 21.01.- 25.01.2019