

## Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3, Hausaufgaben

#### Aufgabe 1:

- a) Bestimmen Sie eine Lösung  $y : [0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  der Anfangswertaufgabe

$$y''(t) = y'(t)(y(t) + 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

- b) Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen  $u = u(r)$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  der folgenden Poissongleichung im  $\mathbb{R}^2$

$$\Delta u = 1$$

Hinweis: In der Vorlesung Analysis III wurde die Darstellung des Laplace Operators in Polarkoordinaten

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

hergeleitet. Radialsymmetrisch bedeutet unabhängig vom Winkel  $\phi$ .

- c) Gesucht ist die stationäre (d.h. zeitunabhängige) und radialsymmetrische Temperaturverteilung in einer homogenen Kreisscheibe mit Innenradius  $r_i = 1$ , Außenradius  $r_a = 2$ , Innentemperatur  $T_i = 20$  und Außentemperatur  $T_a = 15$ .

Bestimmen Sie dazu eine Lösung von

$$\Delta T(x, y) = 0$$

mit

$$T(x, y) = 20 \quad \text{für } \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \quad \text{und} \quad T(x, y) = 15 \quad \text{für } \sqrt{x^2 + y^2} = 2.$$

#### Aufgabe 2:

- a) Bestimmen Sie eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' + 3y + y^{\frac{3}{4}} = 0, \quad y(0) = 1$$

- b) Zeigen Sie, dass die Lösung im Intervall  $[0, \frac{4}{3} \ln(4)]$  eindeutig ist.

- c) Geben Sie eine zweite Lösung auf einem Intervall  $[0, L]$  mit  $L > \frac{4}{3} \ln(4)$  an.

Abgabetermine: 07.12.-11.12.2020