

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$y' = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 4t \\ t \end{pmatrix} \quad t \geq 0.5$$

- a) Zeigen Sie, dass durch $\mathbf{Y}(t) := \begin{pmatrix} t^{-2} & t \\ -2t^{-2} & t \end{pmatrix}$ ein Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Aufgabe gegeben ist.
- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Aufgabe.
- c) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit den Anfangswerten $y(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem $\mathbf{y}'(t) = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{y}(t) + \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix}$.

- a) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem des zugehörigen homogenen Differentialgleichungssystems.
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe eines geeigneten Ansatzes eine partikuläre Lösung des inhomogenen Systems und geben Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an.

Aufgabe 3: Ermitteln Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen

- a) $y^{(3)} - 3y' - 2y = e^{-2t}$.
- b) $y^{(3)} - 3y' - 2y = e^{2t}$.
- c) $y^{(3)} - 3y' - 2y = te^{-2t}$.
- d) $y^{(3)} - 3y' - 2y = 2 \cosh(2t) = e^{2t} + e^{-2t}$.

Hinweis : Sie können für die partikulären Lösungen der inhomogenen Aufgaben spezielle Ansätze verwenden. **Abgabetermine:** 04.01.-08.01.2021

Das Mathe III Team wünscht Ihnen ein frohes Fest und einen guten Start ins neue Jahr!