

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben sei das lineare System $\mathbf{y}'(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2\alpha \\ 0 & -1 + \alpha & 0 \\ -2\alpha & -1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y}(t)$.

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten des stationären Punktes $(0, 0, 0)^T$ in Abhängigkeit von dem Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2:

In einem Zweipopulationsmodell (Räuber–Beute–Modell) bezeichne $x(t)$ die Population der Beutespezies, $y(t)$ die der Räuberspezies zur Zeit t . Das zeitliche Wachstum der Populationen werde durch das folgende Differentialgleichungssystem beschrieben

$$x' = x(x - 1 - y)$$

$$y' = y(2x - 3 - y).$$

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtspunkte dieses Systems und untersuchen Sie diese auf ihre Stabilität.

Aufgabe 3: Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$y_1' = y_1^2 y_2 + y_2^3 - 2y_1 y_2^2$$

$$y_2' = -y_1^3 - y_1 y_2^2.$$

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt $\mathbf{y}^* = (y_1^*, y_2^*) = (0, 0)$ des Systems auf Stabilität. Verwenden Sie gegebenenfalls eine Funktion der Form

$$V(y_1, y_2) = ay_1^2 + by_2^2.$$

Abgabetermin: 18.01.-22.01.2021