

## Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 6, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1:

Für die Differentialgleichung

$$y'' + 16y = 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{8}$$

bestimme man die allgemeine Lösung. Damit berechne man alle Lösungen für folgende Randbedingungen:

- a)  $4y(0) + y' \left( \frac{\pi}{8} \right) = 4$  und  $y \left( \frac{\pi}{8} \right) = 0$ ,
- b)  $y(0) = 1$  und  $y' \left( \frac{\pi}{8} \right) = 1$ ,
- c)  $y(0) + y'(0) = 0$  und  $y \left( \frac{\pi}{8} \right) + y' \left( \frac{\pi}{8} \right) = 0$ .

unter Verwendung der allgemeinen Lösungsdarstellung der Einzelgleichung.

#### Aufgabe 2:

- a) Man gebe den Gleichgewichtspunkt des folgenden Differentialgleichungssystems an, untersuche ihn auf Stabilität, bestimme den Typ, berechne die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems und skizziere das zugehörige Phasenporträt:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 9x + 2y + 24, \\ \dot{y} &= 2x + 6y + 22.\end{aligned}$$

- b) Man bestimme alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2y - xy \\ \dot{y} &= x - xy.\end{aligned}$$

und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation.

**Aufgabe 3:**

Man berechne die Eigenwerte und Eigenfunktionen der folgenden Sturm-Liouville'schen Randeigenwertaufgabe

$$y'' - 2y + \lambda y = 0 \quad \text{mit} \quad y'(0) = 0 \quad \text{und} \quad y(1) = 0.$$

**Termine:** 17.1. - 21.1.2022