

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Für die Differentialgleichung

$$y'' + 16y = 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{8}$$

bestimme man die allgemeine Lösung. Damit berechne man alle Lösungen für folgende Randbedingungen:

- a) $4y(0) + y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 4$ und $y \left(\frac{\pi}{8} \right) = 0$,
- b) $y(0) = 1$ und $y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 1$,
- c) $y(0) + y'(0) = 0$ und $y \left(\frac{\pi}{8} \right) + y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 0$.

durch Umschreiben in ein System 1.Ordnung und dann unter Verwendung der Shooting-Matrix.

Aufgabe 2:

- a) Man gebe den Gleichgewichtspunkt des folgenden Differentialgleichungssystems an, untersuche ihn auf Stabilität, bestimme den Typ, berechne die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems und skizziere das zugehörige Phasenporträt:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x/2 - 1, \\ \dot{y} &= -x - y/2 + 3.\end{aligned}$$

- b) Man bestimme alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 - y_2 \\ y_2' &= (y_1 - 1)(y_2 - 3),\end{aligned}$$

und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation.