Fachbereich Mathematik **SoSe 2023**
Prof. Dr. J. Behrens

Klausur zur Mathematik III
(Modul: Differentialgleichungen I)
05.09.2023

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Stg:	AIW	BU	CI	ET	GES	IN	LUM	MB	MTB	SB	BV	EUT	VT	

Wertung nach PO : zus. mit Analysis III ☐ Einzelwertung ☐

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	**Punkte**	**Korrekteur**
1		
2		
3		
4		
5		

$\sum$ =

Aufgabe 1) (6 Punkte)

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(t) + 2y(t) - t\,y(t)^4 = 0.$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Schreiben Sie folgende Anfangswertaufgabe in eine äquivalente Anfangswertaufgabe für ein System erster Ordnung um

$$y'''(x) - y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = 0\,, \qquad y(1) = 1,\ y'(1) = 4,\ y''(1) = 9.$$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Gegeben ist die Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} y'' - 4\,y' + 4\,y \;&=\; h(x) \qquad x \in \,]0,1[\\ \alpha y(0) \;-\; y'(0) &= \gamma_1 \\ y\,(1) &= \gamma_2 \qquad \alpha, \gamma_1,\, \gamma_2 \;\in\; \mathbb{R}\,. \end{aligned}$$

Für welche Werte von α ist die Randwertaufgabe für beliebige $\gamma_1,\, \gamma_2 \in \mathbb{R}$ und beliebige auf dem Intervall $[0,1]$ stetige Funktionen $h(x)$ eindeutig lösbar?

Aufgabe 4: (2 Punkte)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{t^2} & \frac{3}{2t} \end{pmatrix} \boldsymbol{y}(t) \qquad t \geq 1.$$

Die Funktionen

$$\boldsymbol{y}^{[1]}(t) = \begin{pmatrix} 2\sqrt{t} \\ \frac{1}{\sqrt{t}} \end{pmatrix} \text{ und } \boldsymbol{y}^{[2]}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ 2t \end{pmatrix}$$

sind Lösungen des homogenen Differentialgleichungssystems.

Bilden $\boldsymbol{y}^{[1]}$ und $\boldsymbol{y}^{[2]}$ zusammen ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum des Differentialgleichungssystems?

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = 2\cos(t) + t^2 e^{-2t}\,, \text{ für } t > 0\,, \qquad y(0) = 0\,, y'(0) = 5\,.$$

In welche algebraische Gleichung lässt sich die Anfangswertaufgabe durch die Laplace-Transformation überführen?