Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2008**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man bestimme den Typ der folgenden partiellen Differentialgleichungen:

(i) $x^2 u_x + y^2 u_y + 3\sin(x)u = e^{x+y}$,

(ii) $u^2 u_x + y^2 u_y + 3\sin(x)u = e^{x+y+u}$,

(iii) $(u_{xx})^2 + \sin(u_y) = u^2$,

(iv) $\Delta u = u^2$,

(v) $\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \end{pmatrix}$.

b) Man zeige, dass folgende Funktionen harmonisch sind:

(i) $v_1(x,y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$,

(ii) $v_2(x,y) = e^x \cos y$

(iii) $v_3(x,y) = \mathrm{Im}(z^2 + \cos z)$ mit $z = x + iy \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 2:

Man berechne die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen

a) $u_{yy} + 2xu_y + (x^2-1)u = x^2y^2 - y^2 + 4xy + 2$,

b) $u_{xy} = e^x + \cos y + 1$,

c) $(x^2-1)u_{xy} = 2u_y$.

Aufgabe 3:

Man berechne mit Hilfe von Exponentialansätzen reelle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a) $u(x,y) = e^{\alpha x + \beta y}$ für

(i) $u_{xy} + u_x - u_y - u = 0$,

(ii) $u_{xx} + u_{yy} = 0$,

b) $u(x,y,t) = e^{\alpha x + \beta y + \gamma t}$ für $u_t = u_{xx} + u_{yy} + 2u$.

Aufgabe 4:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$2v_t + 5v_x = 12tx + 15t^2 \,, \quad v(0,x) = \cos(2x)$$

und zeichne die Lösung.

Hinweis: Durch eine geeignete lineare Transformation

$$\begin{aligned} r &= at + bx \\ s &= ct + dx \end{aligned}$$

mit $ad - bc \neq 0$ transformiere man die Differentialgleichung auf eine gewöhnliche Differentialgleichung.

Abgabetermin: 8.4.-10.4. (zu Beginn der Übung)