

Aufgabe 1:

Man berechne die Lösung des folgenden Dirichlet-Problems im Halbkreisring

$$\begin{aligned}r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\varphi\varphi} &= 0, & \text{für } 1 < r < 3 \text{ und } 0 < \varphi < \pi, \\u(r, 0) &= 0 = u(r, \pi), & \text{für } 1 \leq r \leq 3, \\u(1, \varphi) &= \frac{8}{3\pi} \sin \varphi + \frac{80}{9} \sin(2\varphi), & \text{für } 0 \leq \varphi \leq \pi, \\u(3, \varphi) &= \varphi(\pi - \varphi), & \text{für } 0 \leq \varphi \leq \pi.\end{aligned}$$

Hinweis: Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

Aufgabe 2:

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) & \text{für } 0 < x < 4, \quad 0 < t, \\u(x, 0) &= \sin(\pi x) & \text{für } 0 \leq x \leq 4, \\u(0, t) &= 0 = u(4, t) & \text{für } 0 \leq t.\end{aligned}$$

Hinweis: Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.