Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2010**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung:

a) $4u_x + \dfrac{1}{3y^2}\, u_y = 0$,

b) $zu_x + yu_z = 0$.

Aufgabe 6:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$u_x - u_y = 1 + 2x + 2y \quad \text{mit} \quad u(x,x) = x$$

unter Verwendung

a) der Charakteristikenmethode und

b) des Summenansatzes $u(x,y) = f(x) + g(y)$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,\infty) \quad \text{mit} \quad u(x,0) = u_0(x)\ .$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung mit Hilfe der Charakteristikenmetode.

b) Man löse die Aufgabe für die Anfangsdaten

(i) $u_0(x) = 5 + x$ und

(ii) $u_0(x) = 5 - x$,

zeichne die charakteristischen Grundkurven und gebe den Zeitpunkt T an, bis zu dem sich die Lösung eindeutig berechnen lässt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$3u_x + x^2 u_y = -1 \,.$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung.

b) Man bestimme mit dem Ergebnis aus a) die Lösung, die der Anfangsbedingung $u(x,0) = x^3 - x/3$ genügt.

c) Man führe die Probe für die berechnete Lösung aus b) durch.

d) Man bestimme mit dem Ergebnis aus a) die Lösung, die der Anfangsbedingung $u\left(x, \dfrac{x^3}{9} + 1\right) = \sin x$ genügt.

Abgabetermin: 27.4.-29.4. (zu Beginn der Übung)