Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2012**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung:

a) $3u_x + x^2 u_y - u_z = 0$,

b) $xu_x + (x + y)u_y = 0$.

Aufgabe 6:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$xu_x + (x + 2y)u_y = 3u - 2x \quad \text{mit} \quad u(2x, 2x) = 2x + 8x^2$$

unter Verwendung der Charakteristikenmethode.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$3u_x + x^2 u_y = -1 \, .$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung.

b) Man bestimme mit dem Ergebnis aus a) die Lösung, die der Anfangsbedingung $u(x, 0) = x^3 - x/3$ genügt.

c) Man führe die Probe für die berechnete Lösung aus b) durch.

d) Man bestimme mit dem Ergebnis aus a) die Lösung, die der Anfangsbedingung $u\left(x, \dfrac{x^3}{9} + 1\right) = \sin x$ genügt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,\infty) \quad \text{mit} \quad u(x,0) = u_0(x)\,.$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung mit Hilfe der Charakteristikenmethode.

b) Man löse die Aufgabe für die Anfangsdaten

   (i) $u_0(x) = 4x\,,$

   (ii) $u_0(x) = -4x\,,$

   zeichne die charakteristischen Grundkurven und gebe den Zeitpunkt T an, bis zu dem die Lösung existiert.

Abgabetermin: 23.4.-27.4. (zu Beginn der Übung)