

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 Präsenzaufgaben

Aufgabe 1P: [Klausur Februar 2006]

- a) Zeigen Sie, dass die Fourier-Koeffizienten der ungerade und 2-periodisch fortgesetzten Funktion $g(y) = y^2 - y$, $0 \leq y \leq 1$, gegeben sind durch

$$a_k = 0, \quad \beta_k = \begin{cases} 0 & \text{für } k \text{ gerade,} \\ -\frac{8}{(k\pi)^3} & \text{für } k \text{ ungerade.} \end{cases}$$

- b) Bestimmen Sie mit Hilfe eines geeigneten Produktansatzes und unter Verwendung von a) die Lösung der Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= 0 & x \in (0, 1), \quad y \in (0, 1), \\ u(x, 0) &= 0 & x \in [0, 1], \\ u(x, 1) &= 0 & x \in [0, 1], \\ u(0, y) &= g(y) = y^2 - y & y \in [0, 1], \\ u(1, y) &= 0 & y \in [0, 1]. \end{aligned}$$

Aufgabe 2P: [Klausur Sommer 2011]

Lösen Sie die folgende Randwertaufgabe für einen Kreisring

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= 0, & x, y \in \mathbb{R}, \quad 1 < x^2 + y^2 < 16, \\ u(x, y) &= 0, & x^2 + y^2 = 1, \\ u(x, y) &= x^2 - y^2, & x^2 + y^2 = 16. \end{aligned}$$

Geben Sie die Lösung auch in kartesischen Koordinaten an.

Hinweis: $\cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$.

Bearbeitungstermine: 14.5.13-17.5.13