

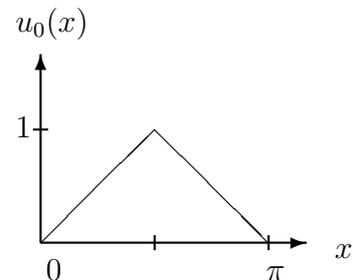
## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 7

#### Aufgabe 25:

Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & , & \quad 0 < x < \pi, 0 < t, \\u(0, t) &= 0 = u(\pi, t) & , & \quad t \geq 0, \\u(x, 0) &= u_0(x) & , & \quad 0 \leq x \leq \pi, \\u_t(x, 0) &= 0 & , & \quad 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$



- Man berechne die Lösung unter Verwendung der d'Alembertschen Lösungsformel und
- über den Produktansatz  $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$  nach Fourier und
- zeichne die Lösung.

#### Aufgabe 26: (Klausur SoSe 06)

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung unter Verwendung der Fourier-Methode:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} + \sin(x) + t^2 \sin(3x), & \text{für } 0 < x < \pi \text{ und } t > 0, \\u(0, t) &= 0 = u(\pi, t), & \text{für } t \geq 0, \\u(x, 0) &= 2 \sin(2x), \\u_t(x, 0) &= 4 \sin(4x), & \text{für } 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

*Hinweis:* Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

**Aufgabe 27:** (Klausur SoSe 10)

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung unter Verwendung der Fourier-Methode

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + (4t + 1) \sin(2x) + \frac{x}{\pi} e^{-t} \quad \text{für } 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\u(x, 0) &= \pi - x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi, \\u(0, t) &= \pi, \quad u(\pi, t) = 1 - e^{-t} \quad \text{für } 0 \leq t.\end{aligned}$$

**Aufgabe 28:**

Man löse die folgende Randeigenwertaufgabe mit Hilfe eines Produktansatzes der Form  $u(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$

$$\begin{aligned}-\Delta u &= \lambda u, & (x, y) \in ]0, \pi[ \times ]0, 2\pi[ \\u(x, 0) &= 0 = u(0, y), \\u_y(x, 2\pi) &= 0 = u_x(\pi, y) \quad .\end{aligned}$$

Anschließend gebe man die zehn kleinsten Eigenwerte an und zeichne die Eigenfunktion zum zweitkleinsten Eigenwert.

**Abgabetermin:** 8.7.-11.7. (zu Beginn der Übung)

**Tutoren gesucht:**

Für die Durchführung von Übungen zu Analysis I im Wintersemester 2014/15 suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Ergebnissen in Mathematik.