

**Aufgabe 1)**

a) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation  $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$ ,  $T(z) := \frac{az + b}{cz + d}$  mit

$$T(i) = 0, \quad T(0) = 2, \quad T(2i) = \infty.$$

b) Bestimmen Sie die Bilder der folgenden verallgemeinerten Kreise unter der Transformation  $T$ .

(i)  $K :=$  imaginäre Achse,

(ii)  $K_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ ,

(iii)  $\tilde{K} :=$  reelle Achse.

c) Bestimmen Sie das Bild der Viertelebene

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$$

**Aufgabe 2)**

a) Gegeben sei

$$f(z) = \frac{z^2 + 2z}{(z^2 - 4)(z - 1)^2}.$$

(i) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von  $f$ .

(ii) Berechnen Sie das Integral

$$\oint_C f(z) dz, \quad C : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{C}, C(t) = \frac{3}{2} e^{it}.$$

b) Berechnen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)}$$