Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2013**
Prof. Dr. H. J. Oberle, Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

i) $\displaystyle\int_{C_1} \frac{\ln(z)}{z}\, dz,$ C_1 : der in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Halbkreis $|z| = 1,\ \mathrm{Re}\,(z) \geq 0,$

ii) $\displaystyle\int_{C_1+C_2} \mathrm{Re}\,(z)\, dz,$ C_1 wie oben, C_2 die geradlinige Verbindung zwischen i und $-i$,

iii) $\displaystyle\int_{C_3} \frac{1}{z}\, dz,$ $C_3(t) = e^{(1+i)t}, \quad t \in [0, 2\pi]\,,$

iv) $\displaystyle\int_{C_3+C_4} \frac{1}{z}\, dz,$ C_3 wie oben, C_4 die geradlinige Verbindung zwischen $e^{2\pi}$ und 1.

b) Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale. Die angegebenen Kurven sollen einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden.

(i) $\displaystyle\oint_{C_k} \frac{e^z}{z}\, dz \qquad k = 1, 2 \quad C_1\ :\ |z| = 1, \quad C_2 : |z - 2| = 1\,,$

(ii) $\displaystyle\oint_{C} \frac{z^2 + 1}{(z^3 - z^2 + z - 1)}\, dz \qquad C\ :\ |z - 0.5| = 1\,.$

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\oint_{C_1} \frac{1}{z^2 + 2z + 10}\, dz\,,$ $C_1\, :\, [0, 4\pi] \to \mathbb{C},\ C_1(t) =\ -i + 3\, e^{-it},$

b) $\displaystyle\oint_{C_2} \frac{\pi e^{iz^2}}{(z - i)^2}\, dz$ $C_2\, :\, [0, 2\pi] \to \mathbb{C},\ C_2(t) =\ 2\, e^{it},$

c) $\displaystyle\oint_{C_3} \frac{z\cos(2z)}{(z - \frac{\pi}{3})^3}\, dz$ $C_3\, :\, [0, 2\pi] \to \mathbb{C},\ C_3(t) =\ 1 + e^{it},$

d) $\displaystyle\oint_{C_4} \frac{z\cos(2z)}{(z - \frac{\pi}{3})^3}\, dz$ $C_4\, :\, [0, 6\pi] \to \mathbb{C},\ C_4(t) =\ \frac{1}{2}\, e^{2it}.$

Bearbeitungstermine: 11. bzw. 14. Juni 2013.