

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

- a) Für den Hauptwert des komplexen Logarithmus \ln und $z_1 = -i$ und $z_2 = -2i$ berechne man

$$\ln(z_1), \ln(z_2) \text{ und } \ln(z_1 z_2),$$

falls dies möglich ist.

- b) Die \cosh -Funktion wird im Komplexen definiert durch

$$\cosh z = \frac{1}{2} (e^z + e^{-z}) .$$

Man berechne Real- und Imaginärteil von $\cosh z$ und bestimme alle Lösungen von $\cosh z = 0$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Joukowski-Funktion $w = f(z) := \frac{1}{2} \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z} \right)$.

- a) Man bestimme die Bilder

- (i) des Kreises $|z| = 5$,
- (ii) des Halbstrahls $\operatorname{Re}(z) < 0$, $\operatorname{Im}(z) = 0$,
- (iii) des Halbstrahls $\operatorname{Re}(z) = 0$, $\operatorname{Im}(z) < 0$.

- b) Man berechne die Umkehrfunktion $z = f^{-1}(w)$ für $|z| > 4$.

Aufgabe 7: (Klausur WiSe 12/13)

- a) Man gebe eine Möbius-Transformation T an, mit:

$$T(0) = 0, \quad T(-2) = 4 \quad \text{und} \quad T(i-1) = 2 + 2i.$$

- b) Liegen $z_0 = -1 - i, z_1 = 0, z_2 = -2$ und $z_3 = i - 1$ auf einem Kreis?
- c) Man zeichne den Kreis $K : |z + 1| = 1$ und die Punkte $z_1 = 0, z_2 = -2, z_3 = i - 1$, sowie $T(K)$ mit $T(z_i)$ für $i = 1, 2, 3$.

Aufgabe 8: (Klausur SoSe 12)

- a) Für die Kreise $K_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 4i| = 3\}$ und $K_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 6i| = 3\}$ berechne man die Punkte z_1 und z_2 , die symmetrisch zu beiden Kreisen liegen.
- b) Man gebe eine Möbius-Transformation T an, mit:

$$T(3i) = 0, \quad T(-5i) = \infty \quad \text{und} \quad T(-3i) = 2.$$

- c) Man skizziere die Bildkreise $T(K_1)$ und $T(K_2)$ und ermittle ihre Radien.

Abgabetermin: 29.4.-2.5. (zu Beginn der Übung)