Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2015**
Prof. Dr. A. Iske, Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3 : Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Geben Sie eine Möbius-Transformation an, mit

$$T(0) = 2i,\ T(4) = 0,\ T(8) = \infty\,.$$

b) (i) Bestimmen Sie die Bilder folgender Geraden unter der Abbildung T aus a). Geben Sie dazu jeweils eine genaue Begründung an.

A) $g_1 = \{z \in \mathbb{C}^* : \operatorname{Im}(z) = 0\}$.

B) $g_2 = \{z \in \mathbb{C}^* : \operatorname{Im}(z) = 8 - \operatorname{Re}(z)\}$.

C) $g_3 = \{z \in \mathbb{C}^* : \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\}$.

(ii) Auf welche Menge wird dann das Innere des Dreiecks mit den Ecken $0,\ 8,\ 4+4i$ abgebildet? Fertigen Sie Skizzen der Urbild- und Bildebene an!

Aufgabe 2:

Zur Lösung zweier Potentialprobleme sollen folgende Transformationen durchgeführt werden:

a) Das Gebiet außerhalb der beiden Kreisscheiben
$\tilde{K}_1 := \left\{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{5}{2}| \leq \frac{3}{2}\right\}$, und
$\tilde{K}_2 := \left\{z \in \mathbb{C} : |z + \frac{5}{2}| \leq \frac{3}{2}\right\}$
soll auf das Innere eines Kreisringes um Null abgebildet werden.

b) Das Gebiet zwischen den durch $z = x + iy$ mit

$$\frac{4x^2}{3} - 4y^2 = 1 \iff \frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

definierten Hyperbelzweigen soll auf das Innere eines Streifens der Form

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \ -c < \operatorname{Im} z < c;\ \text{ mit einer festen reelen Zahl } c > 0\}$$

abgebildet werden.

Geben Sie geeignete Transformationen an.

Tipp zu a: Möbius-Transformation, Vorlesungsfolien 75, 76

Tipp zu b: Umkehrung der Joukowski-Funktion, Logarithmus.

Abgabe bis: 5.6.15