

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3 : Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Hinweis : Sie brauchen keine konkrete Transformation anzugeben.

- a) Zur Lösung eines Potentialproblems soll das Gebiet außerhalb der beiden Kreisscheiben

$$K_1 := \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| z - \frac{5}{2} \right| \leq \frac{3}{2} \right\}, \text{ und}$$

$$K_2 := \left\{ z \in \mathbb{C} : \left| z + \frac{5}{2} \right| \leq \frac{3}{2} \right\}$$

auf ein Parallelstreifen oder auf das Innere eines Kreisringes um Null abgebildet werden. Welche der beiden Transformationen ist mit Hilfe einer Möbius-Transformation möglich?

- b) (Klausur SoSe 09 Aufg.1b, Hinze/Kiani) Es seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ mit $\alpha < \beta$ fest vorgegeben. Welche der folgenden Gebiete können mittels **einer** Möbiustransformation auf einen Sektor der Form

$$S := \left\{ w \in \mathbb{C} : w = r e^{i\phi}, r \in \mathbb{R}^+, -\pi < \varphi_1 < \phi < \varphi_2 < \pi \right\}$$

abgebildet werden? Bitte begründen Sie Ihre Antworten.

(i)

$$G_1 := \{ z \in \mathbb{C} : \alpha < |z| < \beta \}.$$

(ii)

$$G_2 := \{ z \in \mathbb{C} : \alpha < \operatorname{Re}(z) < \beta \}.$$

(iii)

$$G_3 := \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - \alpha| < \frac{3}{4} |\beta - \alpha|, |z - \beta| < \frac{3}{4} |\beta - \alpha| \right\}.$$

Aufgabe 2:

- a) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$, $T(z) := \frac{az + b}{cz + d}$ mit

$$T(i) = 0, \quad T(0) = 2, \quad T(2i) = \infty.$$

- b) Bestimmen Sie die Bilder der folgenden verallgemeinerten Kreise unter der Transformation T .

(i) $K :=$ imaginäre Achse,

(ii) $K_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$,

(iii) $\tilde{K} :=$ reelle Achse.

c) Bestimmen Sie das Bild der Viertelebene

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$$

d) Bestimmen Sie das Bild von

$$H := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 3\}.$$

Bearbeitungstermine: 11.5.15 - 15.5.15