

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 6: Hausaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Bestimmen Sie alle isolierten Singularitäten der Funktionen

$$g(z) = \frac{2 + 3z + z^2}{(z^2 + 4)(z^2 - 1)}, \quad f(z) = \frac{1 + z - z^2 + iz^3}{z^2(z + i)}$$

und klassifizieren Sie diese.

- b) Berechnen Sie die komplexen Partialbruchzerlegungen der Funktionen aus Teil a).
Was hätten Sie in Analysis II als Partialbruchzerlegung von g erhalten?

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe des Residuenkalküls.

a) $f(z) := \frac{1}{z^4 + 16}$.

i) $\oint_{|z-2|=2} f(z) dz$, ii) $\int_0^\infty \frac{1}{x^4 + 16} dx$.

b) $g(z) := \frac{z^2 + 2z}{z^{\frac{4}{3}}(z^3 + 2z^2 + 4z + 8)}$.

i) $\oint_{|z-3i|=2} g(z) dz$, ii) $\int_0^\infty \frac{x^2 + 2x}{x^{\frac{4}{3}}(x^3 + 2x^2 + 4x + 8)} dx$.

c) $\int_0^\infty \frac{x^2 \cos(\omega x)}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)} dx$, $\omega \in \mathbb{R}^+$.