

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 := \frac{5 - i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}} - 1$ und $z_2 := -1 + i$.

- Man ermittle Real- und Imaginärteil von z_1 und die Polardarstellungen von z_1 und z_2 .
- Man bestimme z_2^{12} .
- Man gebe alle Lösungen der Gleichung $(w - z_2)^4 = -64$ in kartesischen Koordinaten an.

Aufgabe 2:

Man skizziere die folgenden Punktfolgen in der komplexen Zahlenebene:

- $\{z \in \mathbb{C} : |3z + 6 - i| = 9\}$,
- $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \leq \operatorname{Im}(z)\}$,
- $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}((1 - i)z) = 2\}$,
- $\{z \in \mathbb{C} : \pi \leq \arg(z) \leq 3\pi/2, 4 \leq |z| \leq 5\}$.

Aufgabe 3:

Man untersuche die Folge

$$z_0 = 3, \quad z_{n+1} = \frac{3-2i}{4}(1+2i+z_n)$$

auf Konvergenz und bestimme ggf. den Grenzwert.

Aufgabe 4:

Für eine Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ mit $D \subset \mathbb{C}$ offen und $z_0 \in D$ zeige man die folgende Äquivalenz:

$$f \text{ ist stetig in } z_0 \quad \Leftrightarrow \quad \operatorname{Re}(f), \operatorname{Im}(f) : D \rightarrow \mathbb{R} \text{ sind stetig in } z_0 .$$

Abgabetermin: 16.4. - 20.4. (zu Beginn der Übung)