Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2020**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe ©

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6 21.7. - 24.7.

Aufgabe 21:

Man bestimme die Laurententwicklung der folgenden Funktionen und gebe jeweils den Koeffizienten a_{-1} der Reihe an:

a) $f(z) = \dfrac{\exp(z-2)}{z-2}$ im Punkt $z_0 = 2\,,$

b) $f(z) = \dfrac{z - \sin z}{z^7}$ im Punkt $z_0 = 0\,,$

c) $f(z) = z^2 \cosh\left(\dfrac{1}{z+1}\right)$ im Punkt $z_0 = -1\,.$

Aufgabe 22:

Für die folgenden Funktionen

a) $f(z) = \dfrac{z^2 + z - 2}{z^3 - 2z^2}\,,$

b) $f(z) = \dfrac{1 + z - \exp(z)}{z^4}\,,$

c) $f(z) = \cosh\dfrac{1}{z} - \sinh\dfrac{1}{z}\,,$

d) $f(z) = \dfrac{z - \pi}{\sin z}$

bestimme man:

Lage und Art der (endlichen) Singularitäten, die zugehörigen Residuen und die ersten vier (nichtverschwindenden) Summanden der Laurentreihe um $z = 0$, die für große z konvergiert.

Aufgabe 23:

Gegeben sei die Funktion

$$f(z) = \frac{32}{z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 16z + 16} \, .$$

a) Man bestimme mit Hilfe von Laurent-Reihenentwicklungen die Partialbruchzerlegung von f .

b) Man berechne mit Hilfe des Residuensatzes das Integral

$$\oint\limits_c f(z)\, dz$$

für den Kreis $c: \; |z + 2 - 2i| = 3$.

Aufgabe 24:

Man berechne unter Verwendung des Residuenkalküls die folgenden Integrale

a) $\displaystyle\int\limits_0^\infty \frac{1}{x^{5/2} + 13x^{3/2} + 36x^{1/2}}\, dx \,,$

b) $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \cos x}\, dx \,,$

c) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^\infty \frac{1}{x^4 + 10x^2 + 9}\, dx \,,$

d) $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^\infty \frac{\cos(3x)}{x^2 - 6x + 10}\, dx \,.$

Tutoren gesucht:

Für die Durchführung und/oder Korrektur von Übungen zu

Analysis I bzw. Mathematik III im Wintersemester 2020/21

und für den Brückenkurs Mathematik 2020/21

suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.