Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2021**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1:

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten ($z = re^{i\phi}$) an und markieren Sie die zugehörigen Punkte in einer Skizze der komplexen Zahlenebene.

$$z_0 = 2, \quad z_1 = \sqrt{2}(1+i), \quad z_2 = 2i, \quad z_3 = \sqrt{2}(-1+i), \quad z_4 = -2, \text{ bzw. } z_k = i^k, \quad k \in \mathbb{Z}\,.$$

Aufgabe 2:

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten ($z = x + iy$) an und skizzieren Sie die zugehörigen Punkte in der komplexen Zahlenebene.

$$z_k = e^{ik\pi} \quad k \in \mathbb{Z}, \qquad z = 3\,e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}, \quad \bar{z} = -2\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^2\,.$$

Tabelle für Aufgabe 1 und 2:

Winkel	Cosinus	Sinus
0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	0	1
$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
π	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1

Aufgabe 3:

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene und beschreiben Sie die Mengen mit Worten

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 2\},$$

$$M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 + 2i| \leq 1\},$$

$$M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| = |z + 1 - i|\},$$

$$M_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2i| = |z - 1|\},$$

$$M_5 = \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 1\}\,.$$

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie folgende Teilmengen der komplexen Zahlenebene, ähnlich wie in Aufgabe 3, mit Hilfe von Formeln.

M_6: Streifen parallel zur imaginären Achse mit der Breite 4, symmetrisch zu $z_0 = 1 + i$, mit Rand.

M_7: Kreisring um Null mit Innenradius 1 und Außenradius 3, ohne Rand.

M_8: Kreisring (punktierte Kreisscheibe) um Null mit Innenradius 0 und Außenradius 3, ohne Rand.

M_9: Sektor zwischen den Geraden mit $\mathrm{Re}\,(z) = \mathrm{Im}\,(z)$ und der Geraden $-\mathrm{Re}\,(z) = \mathrm{Im}\,(z)$ in der oberen Halbebene, ohne Rand.

Bearbeitung: 06.04 - 09.04.2021