

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1)

Gegeben sei die vom Parameter $\alpha \in \mathbb{C}$ abhängige Abbildung

$$T_\alpha : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*, \quad T_\alpha(z) := \frac{(1+i)z + (i-1)}{-\alpha z + i}.$$

- a) Geben Sie alle $\alpha \in \mathbb{C}$ an, für die T_α eine Möbiustransformation ist.

In den Aufgabenteilen b) - e) wird nur die Möbiustransformation T_1 betrachtet:

$$T_1 : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*, \quad T_1(z) = \frac{(1+i)z + (i-1)}{-z + i}$$

- b) Welches ist das Bild der imaginären Achse unter T_1 ?
c) Welches ist das Bild der reellen Achse unter T_1 ?
d) Welches ist das Bild des Einheitskreises $|z| = 1$ unter T_1 ?
e) Auf welche Menge wird dann die halbe Kreisscheibe

$$K := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0 \text{ und } |z| < 1\}$$

abgebildet? Fertigen Sie dazu eine Skizze der Bildebene an!

Aufgabe 2: (Dreipunktformel, Umkehrabbildung, Kreissymmetrie)

- a) Geben Sie eine Möbiustransformation T mit

$$T(-i) = -2, \quad T(i) = 0, \quad T(2i) = \frac{1}{4}$$

an, und bestimmen Sie die inverse Abbildung T^{-1} .

- b) Eine Möbius-Transformation \tilde{T} bilde den Kreis $K : |z| = 2$ auf einen (echten) Kreis \tilde{K} mit dem Mittelpunkt \tilde{M} ab. Es gelte $\tilde{T}(-4i) = \tilde{M}$.
Welcher Punkt wird durch \tilde{T} auf den unendlich fernen Punkt ∞ abgebildet?

Bearbeitungstermine: 25.05.21 - 28.05.21