Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2021**
Prof. Dr. J. Struckmeier, Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 (Hausaufgaben)

Aufgabe 1: (2+3+3+2 Punkte)

Bestimmen Sie die Bilder der folgenden Teilmengen von $\mathbb{C}^*$ unter der Möbius-Transformation $T(z) = \dfrac{2z+4i}{z-4i}$.

a) $K_1 :=$ imaginäre Achse,

b) $K_2 := \{\, z \in \mathbb{C} \,:\, |z| \,=\, 4 \,\}$,

c) $K_3 :=$ reelle Achse,

d) $M := \{\, z \in \mathbb{C} \,:\, |z| \,<\, 4, \, \mathrm{Im}\,(z) < 0\}$.

Aufgabe 2) (4+3+3 Punkte)

a) Zur Lösung zweier Potentialprobleme sollen folgende Transformationen durchgeführt werden:

(i) Das Äußere der Ellipsenscheibe

$$E := \left\{ z = x + iy \,\in\, \mathbb{C} : \frac{16x^2}{25} + \frac{16y^2}{9} \,\le\, 1 \right\} ,$$

also $\mathbb{C} \setminus E$, soll auf das Äußere des Einheitskreises $K_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \le 1\}$ abgebildet werden.

(ii) Das Gebiet zwischen den durch $z = x + iy$ mit

$$\frac{4x^2}{3} - 4y^2 \,=\, 1 \iff \frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \,=\, 1$$

definierten Hyperbelzweigen soll auf einen Sektor der Form

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \, \phi_1 < \arg\,(z) < \phi_2 \,\}$$

abgebildet werden.

Geben Sie geeignete Transformationen an.

b) Funktioniert Ihre Methode zur Lösung von Aufgabenteil a)i) analog im Falle der Ellipse

$$E := \left\{ z = x + iy \,\in\, \mathbb{C} : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} \,\le\, 1 \right\} ,$$

Abgabetermine: 25.05.21 - 28.05.21