

**Klausur zur Mathematik IV
(Modul: Komplexe Funktionen)**

01. März 2022

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	CI CS	ET	GES	IIW IN	MB	MTB	SB	
-----	----------	----	-----	-----------	----	-----	----	--

Wertung nach PO :

Als Mathematik IV	
-------------------	--

Einzelwertung Komplexe Funktionen	
-----------------------------------	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		

$\Sigma =$

Aufgabe 1) [3 Punkte]

Es sei i die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$e^{2z+1+i\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i).$$

Aufgabe 2) [3 + 4 Punkte]

Es sei i die imaginäre Einheit und $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Für welche $k, l \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f(z) := (x^3 + kxy^2) + i \cdot (lx^2y - y^3)$$

in jedem Punkt aus \mathbb{C} komplex differenzierbar?

b) Gegeben ist die Funktion

$$u(x + iy) = \operatorname{Re}(f(x + iy)) = 3 \cos(4x)e^{4y}.$$

i) Zeigen Sie, dass die Funktion u harmonisch ist.

ii) Bestimmen Sie alle zu u konjugiert harmonischen Funktionen v , das heißt alle Funktionen v , für die $f = u + iv$ überall in \mathbb{C} komplex differenzierbar ist.

Aufgabe 3: [10 Punkte]

Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(z) = \frac{z^2 + 6iz - 5}{(z^2 + 1)(z^2 + 25)}.$$

- a) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von f .
- b) Berechnen Sie die Residuen in allen isolierten Singularitäten von f .
- c) Geben Sie die komplexe Partialbruchzerlegung von

$$\tilde{f}(z) = \frac{1}{(z - i)(z - 5i)}$$

an.

- d) Berechnen Sie diejenige Laurent-Reihe von \tilde{f} mit Entwicklungspunkt $z_0 = 0$, die für $z^* = 4$ gegen $f(4)$ konvergiert.

