

Klausur Komplexe Funktionen

06. September 2022

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

**Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt
mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.**

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	CS/CI	ET	GES	IIW	MB	MTB	SB	TM	
-----	-------	----	-----	-----	----	-----	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

--

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		

$\Sigma =$

Aufgabe 1) [5 Punkte]

a) Für welche $k \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f(z) := (\operatorname{Re}(z))^2 - (\operatorname{Im}(z))^2 + k \cdot \operatorname{Im}(z) + 2i \cdot \operatorname{Re}(z) \cdot [\operatorname{Im}(z) + 1]$$

in jedem Punkt aus \mathbb{C} komplex differenzierbar?

b) In welchen Punkten aus \mathbb{C} ist die Funktion

$$g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad g(z) := z \cdot e^z$$

winkeltreu?

Aufgabe 2) [7 Punkte]

a) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$, $T(z) := \frac{az + b}{cz + d}$ mit

$$T(i) = 0, \quad T(\infty) = 2, \quad T(-1) = \infty.$$

b) Welche verallgemeinerten Kreise aus \mathbb{C} werden durch T auf Geraden abgebildet?

c) Bestimmen Sie die Bilder der folgenden verallgemeinerten Kreise unter der Transformation T aus Teil a).

$K :=$ reelle Achse,

$\tilde{K} := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

Aufgabe 3: (8 Punkte)

Sei $\Gamma := \{z(t) = 2i + 5 \cdot e^{it} \mid t \in [0, 2\pi]\}$ der einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Rand des Kreises mit Radius 5 um $2i$.

Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale.

a) $\int_{\Gamma} \frac{z^2}{z-6} dz$.

b) $\int_{\Gamma} \frac{z^2}{(z-2i)(z+i)} dz$.

c) $\int_{\Gamma} \frac{z^2}{(z+i)^2} dz$.

d) $\int_{\Gamma} \overline{(z-2i)} dz$, wobei \bar{z} die konjugiert komplexe Zahl zu z bezeichnet.

