Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2022**
Prof. Dr. I. Gasser,
Dr. H.P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1: Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

a) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten ($z = re^{i\phi}$) an und markieren Sie die zugehörigen Punkte in einer Skizze der komplexen Zahlenebene.

$z_0 = -4, \quad z_1 = \sqrt{8}(-1-i), \quad z_2 = -4i, \quad z_3 = \sqrt{8}(1-i), \quad z_4 = 4.$

b) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten ($z = x+iy$) an.

$z_5 = 3\,e^{i\frac{\pi}{3}}, \quad z_6 = 2e^{i\frac{-\pi}{6}}, \quad z_7 = 2e^{i\frac{-13\pi}{6}}\,.$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie für die komplexen Zahlen aus Aufgabe 1) die kartesischen Darstellungen der folgenden Zahlen:

$\mathrm{Re}\,(z_1), \quad \mathrm{Im}\,(z_1), \quad \mathrm{Re}\,(z_3), \quad \mathrm{Im}\,(z_3)\,, \quad z_1 + z_3\,, \quad z_1 - z_3\,,$

$2z_5 + \sqrt{8}z_3\,, \quad \bar{z_1}\,, \quad z_1 \cdot \bar{z_1}\,, \quad z_1 \cdot z_2\,, \quad (z_6)^2 \cdot (z_5)^4\,, \quad \dfrac{z_5}{z_6}\,.$

Aufgabe 3:

Charakterisieren Sie durch eine Skizze oder mit Worten die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z+4-3i| \leq 5\}, \\
M_2 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z-i| = |z-2-i|\}\,, \\
M_3 &= \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 2\}\,, \\
M_4 &= \{0\} \cup \left\{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \mathrm{Re}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = 0\right\}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie folgende Teilmengen der komplexen Zahlenebene, ähnlich wie in Aufgabe 3, mit Hilfe von Formeln.

M_6 : Streifen parallel zur imaginären Achse mit der Breite 4, symmetrisch zu $z_0 = 1 + i$, mit Rand.

M_7 : Kreisring um Null mit Innenradius 1 und Außenradius 3, ohne Rand.

M_8 : Kreisring (punktierte Kreisscheibe) um Null mit Innenradius 0 und Außenradius 3, ohne Rand.

M_9 : Sektor zwischen den Geraden mit $\mathrm{Re}\,(z) = \mathrm{Im}\,(z)$ und der Geraden $-\mathrm{Re}\,(z) = \mathrm{Im}\,(z)$ in der oberen Halbebene, ohne Rand.

Bearbeitungstermine: 04. - 08.04.22