Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2022**
Prof. Dr. I. Gasser,
Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6: Präsenzaufgaben

Gegeben sind die Funktionsvorschriften:

$$g(z) = \frac{2+3z+z^2}{(z^2+4)(z^2-1)}\,, \qquad f(z) = \frac{1+z-z^2+iz^3}{z^2(z+i)}\,, \qquad \tilde{f}(z) = \frac{\cos(z)-2}{z^2}.$$

a) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von g, f und $\tilde{f}$.

b) Berechnen Sie die Integrale von f längs der einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufenen Kreise K_m, $m = 1, 2, 3$.

$K_1 := \left\{z \in \mathbb{C} : |z - i| = \frac{1}{2}\right\}$
$K_2 := \left\{z \in \mathbb{C} : |z| = \frac{1}{2}\right\}$
$K_3 := \left\{z \in \mathbb{C} : |z + i| = \frac{1}{2}\right\}$.

c) Wie viele verschiedene Laurent-Reihen gibt es zu g bzw. f bzw. $\tilde{f}$ bei Entwicklung um $z_0 = 0$?

d) Bestimmen Sie diejenigen Laurent-Entwicklungen der Funktionen f und $\tilde{f}$ zum Entwicklungspunkt $z_0 = 0$, die in der Umgebung des Punktes $z^* = 2$ gegen $f(2)$ bzw. $\tilde{f}(2)$ konvergiert.

Tipp: Polynomdivision erspart Arbeit!

Bearbeitungstermine: 20.06.22 - 24.06.22