

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 7: Hausaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sei  $f(z) = \frac{z+i}{(z-2)^2(z^2+1)}$ .

- a) Geben Sie alle isolierten Singularitäten von  $f$  an und klassifizieren Sie diese.
- b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten von  $f$ .
- c) Bestimmen Sie die komplexe Partialbruchzerlegung von  $f$ .

### Aufgabe 2:

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuenkalküls die folgenden Integrale bzw. deren Cauchy-schen Hauptwerte. (Vgl. Folien 150-152 Vorlesung)

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(\omega x)}{x^2 + 4} dx \quad \omega > 0.$$

b)

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

c)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 2x^2 + 2x} dx.$$

Geben Sie das Ergebnis für das letzte (reelle) Integral auch in kartesischen Koordinaten an.

### Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Fourier-Transformierten der folgenden Funktionen:

$$\text{a) } f(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } t \in (-a, 0) \\ 1 & \text{für } t \in (0, a) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$\text{b) } f(t) = \frac{1}{4 + t^2}.$$

**Abgabe: 03.07- 07.07.22**