Analysis I, WS02, 28.03.2003, (Hofmann)

Aufgabe 1:

a) Man beweise mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=2}^{n-1} \frac{2}{k^3-k} = \frac{1}{2} - \frac{1}{n(n-1)} \,.$$

b) Man untersuche die folgende Reihe auf Konvergenz

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2k+3}{3k+2}\right)^k \,.$$

c) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} a + bx + cx^2 & \text{für} \quad -1 \leq x \leq 1 \\ |x| & \text{sonst} \quad . \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten a, b und c so, dass f auf $\mathbb{R}$ stetig differenzierbar wird, d.h. die Ableitung von f auf $\mathbb{R}$ existiert und stetig ist.

Aufgabe 2:

Man untersuche die Funktion

$$y(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 1}$$

auf folgende Punkte:

a) Definitionsbereich

b) Verhalten in Definitionslücken
(Hinweis: Zähler und den Nenner jeweils als Produkt von Linearfaktoren darstellen)

c) Symmetrie

d) Verhalten im Unendlichen, ggf. Asymptoden

e) Nullstellen

f) Extremalstellen und Monotoniebereiche

g) Wendepunkte und Krümmungsverhalten

h) Skizze

Hinweis zur Kontrolle: $\quad y''(x) = \dfrac{24}{(x+1)^3} \quad .$