

## Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 5

#### Aufgabe 17:

- a) Man untersuche mit der  $\varepsilon$ - $\delta$ -Charakterisierung die folgenden reellen Funktionen auf Stetigkeit im Punkt  $x_0$ :

$$(i) f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 1 \\ 0 & \text{für } x < 1 \end{cases} \quad \text{mit } x_0 = 1$$

$$(ii) g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x^2} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad \text{mit } x_0 = 0 \quad .$$

- b) Gesucht ist eine für alle  $x \in \mathbb{R}$  stetige Funktion, für die gilt:

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \quad , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für } -\infty < x < -1 \quad , \\ f'(x) &= 1 \quad \text{für } -1 < x < 0 \quad , \\ f'(x) &= -1 \quad \text{für } 0 < x < \pi \quad , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für } \pi < x < \infty \quad . \end{aligned}$$

#### Aufgabe 18:

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & \text{für } x \leq 0 \quad , \\ e^{ax} + b & \text{für } x > 0 \quad . \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten  $a$  und  $b$  so, dass  $f$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar wird.

**Aufgabe 19:**

Man stelle für die folgenden Funktionen im Punkte  $x_0$  die Gleichung der Tangente auf:

a)  $f(x) = a^x$  mit  $x_0 = 1$ ,

b)  $g(x) = \left| \begin{array}{cc} \tan x & \ln x \\ x^2 & \cos x \end{array} \right|$  mit  $x_0 = \pi$ ,

c)  $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$  mit  $x_0 = 0$ .

**Aufgabe 20:**

a) Man berechne die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfache die sich ergebenden Ausdrücke:

i)  $f(x) = \frac{1}{2} \sinh x \cosh x + \frac{x}{2}$ ,    ii)  $g(x) = -x \cot x + \ln(\sin x)$ .

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

i)  $h(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ,    ii)  $k(x) = x^x$ .

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

i)  $u(x) = 7(2x + 5)^2 - 2(8 - 9x) + 3$ ,    ii)  $v(x) = \sqrt{(4 - 7x)^3}$ .

**Abgabetermin:** 17.1. - 21.1. (zu Beginn der Übung)