Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2004/05**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin x & \text{für} \quad x \geq 0 \\ x & \text{für} \quad x < 0 \end{cases} .$$

Ist der Mittelwertsatz

$$g'(x_0) = \frac{g(b) - g(a)}{b - a} \quad \text{mit} \quad x_0 \in]a, b[$$

für $a = -\frac{\pi}{2}$ und $b = \frac{\pi}{2}$ auf f bzw. f' anwendbar?

Aufgabe 22: (aus dem Vordiplom Analysis I, SS03, 8.9.2003)

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \ln(\sqrt{2 + x}) - \frac{1}{x + 2}$$

definierte reellwertige Funktion.

a) Man bestimme $\lim\limits_{x \to -2+} f(x)$.

b) Für f berechne man zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$ das Taylorpolynom $T_3(x; x_0)$.

c) Als Näherungswert für $f(-\frac{1}{2})$ bestimme man den Wert des Taylorpolynoms $T_3(-\frac{1}{2}; -1)$ und schätze den Fehler nach oben ab.

d) Wie lautet die Tangentengleichung für f im Punkt $x_0 = -1$?

e) Warum kann die Taylorreihe von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = -1$ im Punkt $x = -2$ nicht gegen f konvergieren?

Aufgabe 23:

Man berechne gegebenenfalls mit Hilfe der Regeln von de l'Hospital die Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x \to 1+} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x^3 - 1}}$,

b) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{x^2} \right)$,

c) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\ln \left(1 + \dfrac{1}{x} \right) - \dfrac{1}{x+1} \right)$.

Aufgabe 24: (aus dem Vordiplom Analysis I, WS99/00, 18.2.2000)

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \ln \left| x + \frac{1}{x} \right|$$

definierte reellwertige Funktion.

Man diskutiere die Funktion f. Dazu bestimme man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrie, $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$, Verhalten im Unendlichen, Nullstellen, Monotonieverhalten, Extrema, Konvexität und Wendepunkte. Abschließend skizziere man den Graphen von f.

Abgabetermin: 31.1. - 4.2. (zu Beginn der Übung)