

Aufgabe 1:

- a) Man untersuche die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert:

(i) $a_n = \left(\frac{2}{n} - 1\right)^n$,

(ii) $b_1 = 1$, $b_{n+1} = \frac{\sqrt{b_n}}{3}$ für $n \geq 1$.

- b) Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}$,

(ii) $2 + \frac{4}{5} + \frac{8}{25} + \frac{16}{125} + \frac{32}{625} + \dots$.

- c) Man berechne den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$.

Aufgabe 2:

Man berechne das Taylor-Polynom vom Grad 3 für die Funktion

$$f(x) = e^{\sin(x + \frac{\pi}{6})}$$

zum Entwicklungspunkt $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ und schätze den Approximationsfehler $\left|f(0) - T_3\left(0; -\frac{\pi}{6}\right)\right|$ ab.