Fachbereich Mathematik **SS 2001**
Priv.Doz. Dr. I. Gasser
Prof. Dr. H. J. Oberle

Analysis II

2. Übung

Aufgabe 5:

a) Für welche Werte von x konvergieren die folgenden Reihen

(i) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x+4)^k}{k!}$, (ii) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-1)^k \ln k}{k^3}$, (iii) $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^k$?

b) Bestimme Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{k^k} z^k$, (ii) $\sum_{k=0}^{\infty} k^k z^k$, (iii) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k z^{3k}$.

Aufgabe 6:

a) Für die Funktion $f(x) = \exp(\sin x)$ bestimme man das Taylor-Polynom $T_4(x; x_0)$ vierten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

b) Für die Funktion $g(x) = \dfrac{4 \sin x}{2 + \cos x}$ bestimme man das Taylor-Polynom $T_5(x; x_0)$ fünften Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 7:

Die Funktion Si(x) („Intergralsinus“) wird definiert durch

$$\mathrm{Si}(x) \;:=\; \int_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt$$

a) Man bestimme die Taylor-Reihe von Si(x) zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Für welche x konvergiert die Entwicklung?

b) Im Intervall $-1 \le x \le 1$ ersetze man Si(x) durch die ersten drei (nichtverschwindenden) Terme der Taylor-Reihe. Man schätze den *relativen* Fehler ab.

Aufgabe 8:

a) Man berechne die Ableitung von $f(x) = \arccos x$.

b) Man zeige, dass für $k \geq 1$ gilt:

$$\binom{-1/2}{k} = (-1)^k \frac{(2k)!}{(2^k\, k!)^2}.$$

c) Man bestimme die Potenzreihenentwicklung von f zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und gebe den zugehörigen Konvergenzradius an.

Abgabetermin: 23.4., 24.4., 26.4 bzw. 27.4.2001 **vor** der Übung.

Die Donnerstags in der Zeit 11.00 – 13.00 Uhr stattfindenden Übungen fallen am 26.4. aus. Bitte nehmen Sie Ersatztermine war.