

## Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 1

**Aufgabe 1:** Diskutieren Sie die reellwertigen Funktionen (vgl. Abschnitt 10.3 des Lehrbuches)

$$a) \quad f(x) = x^2 \sin x \quad b) \quad f(x) = |x|(x^2 + 1) \quad c) \quad f(x) = \frac{1}{x} + x$$

**Aufgabe 2:** Zeigen Sie, dass die Funktion  $\Phi(x) = x + e^{-x}$  auf dem Intervall  $[0, \infty)$  die Abschätzung

$$|f(x) - f(y)| < |x - y| \quad \forall x \neq y$$

erfüllt, aber dort nicht kontrahierend ist.

**Aufgabe 3:** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = x - \exp(x^2 - 2)$

- Zeigen Sie, dass  $f$  im Intervall  $[0, 1/2]$  genau eine Nullstelle besitzt.
- Berechnen Sie die Nullstelle von  $f$  im Intervall  $[0, 1/2]$  mit Hilfe des Fixpunktverfahrens, wobei die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes zu überprüfen sind.
- Führen Sie für die berechnete Näherung  $x_6$  jeweils eine a-priori und eine a-posteriori Fehlerabschätzung durch.

**Aufgabe 4:** Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz:

$$a) \quad f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = nx \exp(-nx)$$

$$b) \quad g_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad g_n(x) = \sum_{k=0}^n x(1-x)^k$$

$$c) \quad h_n : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad h_n(x) = \frac{(nx)^2}{1 + (nx)^3}$$

**Abgabetermin:** 15.–18.4 vor der Übung