

Aufgabe 1:

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Majorantenkriteriums, dass das uneigentliche Integral

$$\int_3^{\infty} \frac{x^\alpha}{\sqrt{x^4 + x^2 + 3}} dx$$

für $\alpha = 0$ konvergiert und für $\alpha = 1$ divergiert.

- b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_1^e x^2 (\ln(x))^2 dx.$$

Aufgabe 2:

- a) Gegeben sei die Funktion $z := \frac{1}{9}(x+3)^2$ mit $0 \leq x \leq 3$. Skizzieren Sie den durch Rotation des Funktionsgraphen um die x -Achse entstehenden Rotationskörper und berechnen Sie dessen Volumen.
- b) Von einer Funktion $y = f(x)$ seien die folgenden Daten gegeben:

$$\begin{array}{c|cccc} x_k & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline y_k & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

Geben Sie das zugehörige Interpolationspolynom p_3 dritten Grades in der Newtonschen Darstellung an (dividierte Differenzen!), berechnen Sie $p_3(1)$ und schätzen Sie den Interpolationsfehler $|p_3(1) - f(1)|$ nach oben ab, wobei vorausgesetzt werde, dass $|f^{(4)}(x)| \leq 2$ für alle $x \in [-2, 2]$ gilt.