

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

- a) Im Intervall $] - 1, 1[$ berechne man die Ableitung von $\arcsin x$.
- b) Für die Binomialkoeffizienten $\binom{a}{n}$ weise man für $a = -1/2$ die Gültigkeit folgender Formel nach:
- $$\binom{-1/2}{n} = (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n)}.$$
- c) Man berechne die Potenzreihe von $\arcsin x$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
- d) Man bestimme den Konvergenzradius zu der unter c) berechneten Potenzreihe und untersuche das Konvergenzverhalten in den Randpunkten.

Aufgabe 10:

Fällt ein Körper der Masse m in einer Flüssigkeit unter dem Einfluss der Erdbeschleunigung g , so kann der nach der Zeit t zurückgelegte Weg durch

$$s(t) = \frac{m}{k} \ln \left(\cosh \left(\sqrt{\frac{k \cdot g}{m}} \cdot t \right) \right) \quad (t \geq 0)$$

beschrieben werden, dabei ist k eine vom Körper und von der Viskosität der Flüssigkeit abhängige Konstante.

- a) Man berechne die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$ des Körpers und bestätige damit die Gültigkeit der Differentialgleichung

$$ms''(t) + k(s'(t))^2 - mg = 0 \quad (t \geq 0).$$

- b) Man ermittle die Grenzwerte $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)$.

- c) Für verschwindende Reibung ($k \rightarrow 0$) berechne man die Grenzwerte

$$\lim_{k \rightarrow 0} s(t), \quad \lim_{k \rightarrow 0} v(t) \quad \text{und} \quad \lim_{k \rightarrow 0} a(t).$$

Aufgabe 11:

- a) Von der Funktion $\exp x$ seien nur die Stützstellen

| | | | | |
|------------|--|-------|---|-------|
| x_i | | -1 | 0 | 1 |
| $\exp x_i$ | | 0.367 | 1 | 2.718 |

bekannt. Man stelle das Interpolationspolynom p niedrigsten Grades auf.

- b) Man berechne $p(0.5)$ als Näherungswert für $\exp 0.5$. Wie groß ist der Fehler höchstens und wie groß mindestens?

Aufgabe 12:

Man berechne zur Funktion $f(x) = x^3$ den natürlichen kubischen Interpolationsspline $s(x)$ zu den Knoten $x_j = j$ für $j = 0, 1, 2, 3$ und zeichne die Funktionsgraphen von $s(x)$ und $f(x)$. Warum kann $s(x)$ nicht mit $f(x)$ übereinstimmen?

Abgabetermin: 9.5. - 12.5. (zu Beginn der Übung)