

**Aufgabe 1:** Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x \cos(x)$$

- a) Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion  $f(x)$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ . Wie lautet demnach das Taylorpolynom zweiten Grades zur Funktion  $f$  mit dem Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ ?
- b) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom  $p_2$  zweiten Grades der Funktion  $f(x) = x \cos(x)$  zu den folgenden Daten.

$x_k$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$
$f(x_k)$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$

Verwenden Sie die Newtonsche Darstellung des Interpolationspolynoms (dividierte Differenzen!).

Berechnen Sie  $p_2\left(\frac{\pi}{6}\right)$  und zeigen Sie, dass für den Interpolationsfehler die folgende Ungleichung gilt:

$$\left| p_2\left(\frac{\pi}{6}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right| < \frac{\pi^4}{240}.$$

**Aufgabe 2:**

- a) Gegeben sei ein Draht, der durch die Kurve

$$c : \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \mapsto \mathbb{R}^2 \quad c : t \mapsto \sqrt{2} (\cos^2 t; \sin^2 t)^T$$

beschrieben wird. Die Dichte des Drahtes sei gegeben durch

$$\rho(x, y) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}y.$$

Bestimmen Sie die Masse des Drahtes.

- b) Gegeben sei die Funktion  $f : \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x \sin(x)$ . Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der durch die Rotation des Graphen von  $f$  um die  $x$ -Achse entsteht.

Hinweis zu Teil b):  $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$

**Hinweis:** Alle Integrale sind elementar zu berechnen. Stammfunktionen aus Formelsammlungen etc. dürfen nicht verwendet werden.

**Viel Erfolg!**