Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. Jens Struckmeier
Jochen Merker

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind:

a) $f(x,y) := x^3 + y^3 - 3xy$

b) $g(x,y) := \frac{e^{-x^2-y^2}}{1+x^2+y^2}$

Aufgabe 2:
Ermitteln Sie die stationären Punkte, prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind, und bestimmen Sie die globalen Maxima und Minima der folgenden Funktionen:

a) $f : \{(x,y) |\ |x| + |y| \le 1\} \to \mathbb{R}\,,\ f(x,y) := x^2 - y^2$

b) $g : \{(x,y) |\ x^2 + y^2 \le 1\} \to \mathbb{R}\,,\ g(x,y) := 2x^3 - 3xy^2$

Hinweis: Beachten Sie den Rand der Definitionsbereiche.

Aufgabe 3:
Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, dass die Lösungsmenge von

$$f(x,y,z) := 2xe^x + ye^y + yze^z - x(y+1)(z+2) = 0$$

in einer Umgebung des Nullpunktes eine Fläche im $\mathbb{R}^3$ bildet. Bestimmen Sie außerdem die Tangentialebene an diese Fläche im Nullpunkt.

Aufgabe 4:
Bestimmen Sie für die durch $f(x,y) := (x^2+y^2)^2 - x^2 + y^2 = 0$ im $\mathbb{R}^2$ implizit gegebene Kurve, die „Lemniskate“ genannt wird, die singulären Punkte und stellen Sie fest, ob ein isolierter Punkt, ein Doppelpunkt oder ein Rückkehrpunkt vorliegt. Ermitteln Sie außerdem die Punkte mit horizontaler Tangente und zeichnen Sie die Kurve.

Abgabetermine: 09.12-13.12.2002