Aufgabe 1:

a) Man berechne die (lokalen) Extrema der Funktion

$$f(x,y) = \frac{1}{8}xy + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

und klassifiziere sie.

b) Man bestimme für die Funktion

$$f(x,y) = 1 + \ln\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$$

die Taylorpolynome $T_1(x,y;x_0,y_0)$ und $T_2(x,y;x_0,y_0)$ zum Entwicklungspunkt $(x_0,y_0) = (1,0)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = \left(\sin y + 3x^2z^2, x\cos y + \frac{1}{1+y^2}, 1 + 2x^3z\right)^T .$$

a) Man weise die Existenz eines Potentials zu $\boldsymbol{f}$ nach, ohne es zu berechnen.

b) Man konstruiere (kein Raten) dieses Potential.

c) Gegeben sei die Kurve $\boldsymbol{c} : [0, 3\pi/2] \to \mathbb{R}^3$ mit $\boldsymbol{c}(t) = (\cos t, 0, \sin t)^T$. Man berechne das Kurvenintegral

$$\int_c \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\, d\boldsymbol{x} .$$