

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

- a) Zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls einer Stahlsorte wird ein gerader Stab der Länge ℓ mit quadratischem Querschnitt a^2 auf einer Seite eingespannt, am anderen Ende mit der Kraft F belastet und dabei die (maximale) Auslenkung h gemessen.

- (i) Man berechne E aus den Daten: $\ell = 50$ cm, $a = 2$ cm, $h = 2$ mm und $F = 130$ N gemäß

$$E = 4 \frac{F\ell^3}{ha^4}.$$

- (ii) Welchen maximalen **relativen** Fehler liefert die **lineare Fehlerrechnung** (17.2.6), wenn F auf 0.5%, a und ℓ auf 1% und h auf 3% genau gegeben sind?

- b) Man berechne das Taylor-Polynom 2.Grades zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$ der folgenden Funktion

$$f(x, y, z) = x - y + (x - z)^2 + (y - z)^3.$$

Aufgabe 10:

Man berechne das Taylor-Polynom 3.Grades der folgenden Funktion

$$f(x, y) = x + (y + 1) \cosh(x + y)$$

im Entwicklungspunkt $(0, 0)$ und schätze den Fehler, der dadurch entsteht, wenn man T_3 anstelle von f verwendet, im Rechteck $[0, 1] \times [-1, 0]$ nach oben ab.

Aufgabe 11:

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

a) $f(x, y) = x^4 - 8x^2 + y^2 + 16$,

b) $f(x, y) = \sin x \cosh y$,

c) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2}$,

d) $f(x, y) = |xy|$.

Aufgabe 12:

a) Man zeige, dass durch die Lösungsmenge von

$$\mathbf{g}(x, y, z) := \begin{pmatrix} x \cos(z) \ln(1 + y^2) + xy \\ z \cos(x + y - z) - 1 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

in einer Umgebung von $P := (1, 0, 1)$ eine glatte Kurve \mathbf{c} im \mathbb{R}^3 bestimmt ist, die durch P verläuft.

b) Man überprüfe mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, durch welche Komponente x, y oder z sich die Kurve aus a) parametrisieren lässt.

c) Man bestimme einen Tangenteneinheitsvektor der Kurve in P .

Abgabetermin: 28.11. - 2.12. (zu Beginn der Übung)