

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 4

#### Aufgabe 13:

Man bestimme für die folgenden implizit definierten Kurven die regulären Punkte mit vertikaler Tangente, die Symmetrien, klassifiziere die singulären Punkte und zeichne die Kurven.

- a)  $f(x, y) := (x^2 + y^2)^2 - x^3 = 0$  „Ovoid“  
b)  $g(x, y) := x^3 + 3(x + 1)(y^2 - xy) = 0$  „defekte Hyperbel“

#### Aufgabe 14:

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(x, y, z) := y \sin(x) \ln(1 + z^2) + xz .$$

- a) Man prüfe, ob die Lösungsmenge der Gleichung  $f(x, y, z) = 0$  lokal beim Punkt  $(1, 1, 0)$  eine glatte Fläche im  $\mathbb{R}^3$  ist.  
b) Man bestimme gegebenenfalls, welche der Komponenten  $x, y, z$  sich durch die anderen beiden ausdrücken läßt, und  
c) löse die Gleichung lokal bei  $(1, 1, 0)$  explizit nach dieser Komponente auf.  
d) Man ermittle weiterhin den Tangentialraum der Fläche im Punkt  $(1, 1, 0)$ .

**Aufgabe 15:**

Für die folgenden Funktionen auf den angegebenen Kurven

a)  $f(x, y) := \cos(\pi(x + 1)y)$  auf  $\{(x, y) \mid xy = 1\}$

b)  $f(x, y) := x^2 + y^2$  auf  $\{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 = 4\}$

bestimme man die Kandidaten für Extrema einerseits mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorregel und andererseits direkt durch Parametrisierung  $\mathbf{c}(t)$  der Kurve und anschließendes Ableiten von  $(f \circ \mathbf{c})(t)$ . Anschließend gebe man an, welche der Extremalkandidaten Maxima und welche Minima sind.

**Aufgabe 16:**

Für die Funktion  $f(x, y, z) := 3y^2 - 2z$  bestimme und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders  $x^2 + y^2 = 1$  mit dem Hyperboloid  $x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$ .

**Abgabetermin:** 12.12. - 16.12. (zu Beginn der Übung)