

Aufgabe 1)

Gegeben sei die Menge

$$D := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{2} - 2 \leq x \leq 4 - y^2 \right\}$$

- a) Skizzieren Sie die Menge D und bestimmen Sie den Schwerpunkt von D bei homogener Dichte (Masse/Flächeneinheit) $\rho = 2$.
- b) Sei \mathbf{f} das Geschwindigkeitsfeld

$$\mathbf{f} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x + e^{-y} \cos y \\ 2y + e^{-x} \sin x \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Fluß von \mathbf{f} durch den Rand der Menge D aus Teil a).

Aufgabe 2)

Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion

$$f(x, y, z) = x - 8y + z$$

auf dem Schnitt der beiden Kugeloberflächen

$$g(x, y, z) = x^2 + (y + 4)^2 + z^2 - 25 = 0$$

und

$$h(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0.$$

Hinweis:

- Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.