

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$(4yt^2 - yt \sin t + 1) + (2t^3 + t \cos t) \dot{y} = 0$$

für $t > 0$ einen integrierenden Faktor der Form $m = m(t)$ besitzt und bestimmen Sie die allgemeine Lösung. Zeigen Sie auch, dass diese für alle $t > 0$ definiert ist.

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt $(0, 0)$ des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -2y - x \sin(x^2 + 4y^2) \\ \dot{y} &= x - 2y \sin(x^2 + 4y^2)\end{aligned}$$

auf Stabilität unter Verwendung der Stabilitätssätze III und IV des Lehrbuchs.

Hinweis: Bestimmen Sie eine Ljapunov-Funktion der Form $V(x, y) = ax^2 + by^2$ für geeignete $a, b \in \mathbb{R}$.