Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. Jens Struckmeier
Dr. Peywand Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der im Lehrbuch (Ansorge/Oberle) angegebenen Substitution Lösungen der Differentialgleichung $y' = -y^2 + 2x^{-2}$.

Hinweis: Es gibt eine Lösung der Form $y_p = ax^b$; $a, b \in \mathbb{R}$.

b) Für welche Wahl der Integrationskonstanten in der Darstellung der Lösung y aus (a) erhält man die dort berechnete spezielle Lösung y_p?

c) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung mit dem Anfangswert $y(-1) = -3$. Wie weit läßt sich diese Lösung maximal fortsetzen?

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' + 3y + y^{\frac{3}{4}} = 0, \qquad y(0) = 1$$

b) Zeigen Sie, dass die Lösung im Intervall $\left[0, \frac{4}{3}\ln(4)\right]$ eindeutig ist.

c) Geben Sie eine zweite Lösung auf einem Intervall $[0, b]$ mit $b > \frac{4}{3}\ln(4)$ an.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$y' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-1}{x} & \frac{1+x}{x} \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ xe^{2x} \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Die homogene Aufgabe hat eine Lösung der Form $(\alpha e^x, \beta e^x)^T$.

Aufgabe 4: (Klausuraufgabe)

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = \frac{1}{x}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} \;;\quad y(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Die homogene Aufgabe hat eine Lösung der Form $(g(x), g(x))^T$.

Abgabetermine: 02.12.-06.12.2002