

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1: Man stelle die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ dar. Außerdem berechne man ihre Beträge und Argumente:

$$\begin{array}{ll} a) & (1 + i)^4 \\ b) & \frac{2 - i}{2 - 3i} \\ c) & \frac{1}{(3 - i)^2} \\ d) & \frac{(1 + i)^5}{(1 - i)^3} \end{array}$$

Aufgabe 2: Man skizziere die folgenden Punktmengen in der komplexen Zahlenebene:

$$\begin{array}{ll} a) & \{z \in \mathbb{C} : |3z - 1 + i| \leq 2\} \\ b) & \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 2\pi, |\operatorname{Re}(z)| < 1\} \\ c) & \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}((1 - i)z) = 0\} \\ d) & \{z \in \mathbb{C} : |z - i| + |z + i| < 4\} \end{array}$$

Aufgabe 3: Man berechne den Real- und Imaginärteil von $f(z) = z^3$ bzw. $f(z) = 1/z^2$ und damit alle komplexen Lösungen von $f(z) = 1$. Weiter bestimme man die Bilder der Menge

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\}$$

Aufgabe 4: Man zeige, dass für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt

$$\exp(z_1 + z_2) = \exp(z_1) \exp(z_2)$$

und diskutiere die Beziehung

$$\ln(z_1 z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$$

wobei $\ln z$ der Hauptwert des Logarithmus ist.

Abgabetermin: 17.4.2001